

Моделиране на търсенето на природен газ от домакинствата

доц. г-р Юли Рагев

МГУ „Св. Ив. Рилски“, катедра „Икономика и управление“

Резюме: Енергийното търсене, както голяма част от икономическите, в това число институционални зависимости, се изследва посредством сравнителен анализ на наблюденията върху пространството или времето. Съвременните количествени методи за този тип изследвания позволяват чувствителността на зависимата променлива да се измерва едновременно спрямо двете дименсии. Комбинираният ДРНС (динамични редове, напречни сечения) анализ, който обединява динамичните редове на няколко напречни сечения от данни, е най-сполучливият начин за постигането на тази цел¹. Множеството от данни се получава от регулярни наблюдения (най-често годишни) върху постоянни единици (обикновено страни или икономически общности). Така се обединяват напречните данни за N на брой пространствени единици с T времеви периода, за да се получи множеството от данни на $N \times T$ наблюдения. Най-често се анализират около 20 единици (страни), като всяка единица се наблюдава в по-продължителен период от време, между 20 и 50 години.

Ключови думи: комбиниран (ДРНС) анализ, метод на най-малките квадрати (ОМНК), свит оценител, бутстрап метод за оценка на доверителни интервали.

JEL: C33, Q32.

От статистическа гледна точка основното предимство на комбинирания анализ е, че по-големият брой ситуации (NT) позволява да се оцени влиянието на повече показатели върху нивото и изменението на зависимата променлива. Комбинираният анализ печели популярност и заради възможността да се изучават променливи, които са неподходящи за анализи само на напречни сечения или динамични редове. Последното е факт, тъй като измененията на някои променливи са незабележими (или не съществуват) във времето или в пространството. Освен това комбинираният анализ позволява да се обхванат вариациите не само спрямо времето или пространството, но и тези спрямо двете дименсии едновременно.

Имайки предвид, че със сравнителните регресионни анализи се избягва необходимостта от моделиране на поведенческите допускания, тяхното прецизно използване дава възможност на анализаторите да се абстрахират от някои трудни дилеми, например дали агентите са с рационални очаквания, или са ограничено рационални?

Вероятно заради изброените качества, ДРНС анализът все по-често намира приложение за тестване на хипотези, отнасящи се до гетерогенността на потребителско-

¹ За този тип анализи се използва още и терминът панелен анализ. Това наименование обаче е по-скоро алтернатива на т.нар. трендов анализ и символизира анализ на една и съща, представителна за дадена популация извадка от данни в различни моменти от времето.

то търсене, общоикономическото развитие или макроикономическата политика.

В раздел 1 е изведен регресионен модел на търсенето на природен газ от домакинствата и са представени формулите за изчисляване на краткосрочната и дългосрочната еластичност. В раздел 2 са описани детайлно трите категории методи за оценка на модела при ДРНС данни: подобрени методи за оценка на най-малките квадрати; методи с хетерогенни параметри на отсечката; методи с хетерогенни параметри на наклона. В раздел 3 е дискутирано детерминирането на доверителните интервали, а в раздел 4 е направен обобщаващ коментар.

1. Модел на търсенето на природен газ

Първото по-сериозно изследване на енергийното търсене датира от 1981 г. и е извършено от Бохи (1981). По-късно анализът е осъвременен от Бохи и Цимерман (1984), а Мадленер (1996) обобщава развитието на тези и други икономически модели, посветени на енергийното търсене от домакинствата.

В пазарните анализи обикновено търсенето на стоката се представя като функция на цената на стоката, цените на заместващи/допълващи стоки, дохода на потребителите и други специфични показатели, които най-често изразяват предпочитанията на потребителите. Следвайки тази логика, търсенето от домакинствата на енергийния източник природен газ в година t от страната i може да се онаглежи по следния начин:

$$Y_{t,i} = D(P_{G,t,i}, P_{E,t,i}, P_{F,t,i}, M_{t,i}, Z_{t,i}), \quad (1)$$

за $t=1, 2 \dots T$ и $i=1, 2 \dots N$,

където:

$Y_{t,i}$ – търсенето на природен газ от домакинствата;

$P_{G,t,i}$ – цената на природния газ;

$P_{E,t,i}$ – цената на заместващата стока електричество;

$P_{F,t,i}$ – цената на заместващата стока мазут;

$M_{t,i}$ – доходът на домакинствата;

$Z_{t,i}$ – климатичните (в някои анализи и демографските) фактори, влияещи върху енергийното търсене.

S и T са означени броят на напречните наблюдения (броят на изследваните страни) и съответно броят на наблюденията в динамичния ред (броят на годините), докато D символизира функцията на търсенето.

Климатът оказва силно влияние върху енергийното търсене заради нарастващите нужди от отопление през зимните месеци. Ниските температури през зимата участват в моделите на енергийното търсене с индекса „дни през отоплителния сезон“ (HDD). Броят на тези дни се изчислява, като средната дневна температура се сравни с базисната, например 17°C. Обикновено дните през отоплителния сезон се определят на месечна и годишна основа.

Динамизирането на модел (1) е в съзвучие с теорията на рационалните очаквания и теорията на временното равновесие, а динамичните ефекти се отчитат чрез лагова променлива на потреблението, която участва като независима (екзогенна) променлива. Динамичните модели на енергийното търсене са лагови модели на Коук (1954)².

² Лаговите модели на Коук се получават след т.нар. трансформация на Коук, с която лаговата стойност на зависимата променлива се изважда от регресионното уравнение. Тези модели са с т.нар. безкрайно разпределен, или геометричен лаг, при който относителният размер на влиянието на лаговата променлива намалява експоненциално с продължителността на лага.

Без лаговата променлива се конструира опростен иконометричен модел, включващ характерна функция и обичайните стохастични допускания. Според Бохи (1981) има редица статични модели на търсенето на природен газ, които са подходящи за комбинирани данни, но резултатите от тях са твърде спорни и статистически незначими. Използвайки комбинирани ДРНС данни и комбинация от динамични редове от напречни данни, Балестра (1967) например конструира няколко статични модела на потреблението на природен газ в САЩ, но както твърди самият автор, нито едни тях не може да даде приемливо обяснение на потребителското поведение.

Динамичните модели на пазара са израз на идеята, че настоящото потребление се влияе от миналото потребление. Освен че „улавят“ еволюцията на енергийното потребление във времето, тези модели разграничават краткосрочните от дългосрочните ефекти върху търсенето. Според Грийн тези модели са динамични линейни регресионни уравнения от типа:

$$y_{t,i} = \beta_{0,i} + \beta_y y_{t-1,i} + x_{K,t,i} \beta_{K,i} + \varepsilon_{t,i}, \quad (2)$$

за всяко $t = 1, 2 \dots T$ и $i = 1, 2 \dots N$,

където:

$y_{t,i}$ е зависимата променлива;
 $x_{K,t,i}$ – $1 \times K$ векторът за K на брой екзогенни променливи;
 $\beta_{0,i}$ – параметърът на отсечката;
 β_y – параметърът на лаговата променлива;
 $\beta_{K,i}$ – параметърът на вектора $K \times 1$;
 $\varepsilon_{t,i}$ – случайната грешка (Грийн, 2003).

Добавянето на случайна грешка в гетероминистичната страна е необходимо, тъй като не е реалистично да се очаква, че всички наблюдения следват точно функционална зависимост. Нещо повече, в тези модели се

допуска се, че грешката няма специфични времеви ефекти.

Модели (2) могат да се представят в компактна матрична форма, като:

$$y_i = I_T \beta_{0,i} + X_{K+1,i} \beta_{K+1,i} + \varepsilon_i, \quad (3)$$

където:

y_i е $T \times 1$ векторът дефиниран като
 $y_i = (y_{1,i}, \dots, y_{T,i})'$;
 ε_i – $T \times 1$ случаен вектор, дефиниран като
 $\varepsilon_i = (\varepsilon_{1,i}, \dots, \varepsilon_{T,i})'$;
 I_T – $T \times 1$ векторът от единици.

$$X_{K+1,i} = \begin{pmatrix} y_{t-1,i} & x_{K,1,i} \\ \vdots & \vdots \\ y_{T-1,i} & x_{K,T,i} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\text{и } \beta_{K+1,i} = \begin{pmatrix} \beta_{y,i} \\ \beta_{K,i} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

или в по-обикновен алгебричен вид, като:

$$y_{t,i} = \beta_{0,i} + \sum_{k=1}^{K+1} X_{k,t,i} \beta_{k,i} + \varepsilon_{t,i} \quad (6)$$

В анализите на енергийното търсене лаговият модел на Коик обикновено се прилага в логлинейната си форма. Според Магленер (1996) този модел на търсенето в най-голяма степен се доближава до действителния избор. В логлинейното представяне на (6) трябва да се има предвид, че:

$$X_{k,t,i} = (y_{t-1,i}, p_{G,t,i}, p_{E,t,i}, p_{F,t,i}, m_{t,i}, z_{t,i}), \quad (7)$$

$$\text{и } \beta_{k,i} = (\beta_{y,i}, \beta_{G,i}, \beta_{E,i}, \beta_{F,i}, \beta_{m,i}, \beta_{z,i})$$

за всяко $t = 1, 2, \dots T$ и $i = 1, 2 \dots N$, (8)

където:

$$y_{t,i} = \ln(Y_{t,i}), y_{t-1,i} = \ln(Y_{t-1,i}), p_{G,t,i} = \ln(P_{G,t,i}), \\ p_{E,t,i} = \ln(P_{E,t,i}), p_{F,t,i} = \ln(P_{F,t,i}), m_{t,i} = \ln(M_{t,i}) \text{ и } \\ z_{t,i} = \ln(Z_{t,i}).$$

Логлинейният модел позволява лесна обработка на данните, а оценката на параметрите β_i , β_j , или по-общо на функцията на параметрите $f(\beta_i)$, измерва директно еластичностите на зависимата променлива спрямо независимите променливи. Оценката на функцията $f(\beta_i)$ се означава с $f(\beta_i)$, като β_i може да се получи посредством един или няколко метода за оценяване. Ключовите за теорията на неравновесието краткосрочна ($e_{G,i}^{SR}$) и дългосрочна ценова еластичност ($e_{G,i}^{LR}$) могат да се определят, след като се намери частната производна на уравнение (6) по отношение на $p_{G,i}$:

$$e_{G,i}^{SR} = \frac{\partial y_{t,i}(X_i | \beta_i)}{\partial p_{G,i}} = \beta_{G,i} \quad (9)$$

$$e_{G,i}^{LR} = \left. \frac{\partial y_{t,i}(X_i | \beta_i)}{\partial p_{G,i}} \right|_{y_{t-1,i} = y_{t,i}} = \frac{\beta_{G,i}}{1 - \beta_{Y,i}} \quad (10)$$

за всяко $i = 1, 2, \dots, N^3$.

Както се вижда от формулите, дългосрочната еластичност е нелинейна функция на параметрите.

2. Методи за оценка на параметрите

При регресионни модели с ДРНС данни с класическите методи или се оценяват поотделно уравненията на всяко сечение, или множеството от всички данни се обединява в едно уравнение, за да се намери една-единствена оценка. И в двата случая стойностите на параметрите $\beta_{0,i}$ и $\beta_{k+1,i}$ могат да се

третираат като хомогенни или хетерогенни, както и като случайни или постоянни. Регресионното уравнение за този тип модели може да се обобщи по следния начин:

$$y_{t,i} = \beta_0 + \sum_{k=1}^{K+1} X_{k,t,i} \beta_k + \varepsilon_{t,i} \quad (11)$$

Основният инструмент за анализ на (11) е обикновеният метод на най-малките квадрати (ОНМК). Обобщаващата оценка на β параметрите с ОНМК метода се задава като $(X'X)^{-1}X'Y$ с матрица вариация-ковариация $\psi^2(X'X)^{-1}$, където ψ е скаларна величина, изразяваща условната вариация на грешката.

Резултатите от емпиричните изследвания показват, че при комбинирани данни оценки с ОНМК метода обикновено са изместени, неефективни и/или несъвместими⁴. Тази констатация е следствие на факта, че при обработката на ДРНС данни се нарушават основните допускания относно статистическата грешка в класическия ОНМК модел⁵ [Бек и Кац, 1996].

Според Хикс (1994) използването на метода на най-малките квадрати за комбинирани ДРНС данни генерира пет съществени усложнения. Първото е, че грешките в съседни периоди от време са зависими една от друга. Такава динамична корелация е логична, имайки предвид, че развитието на специфичните за всяка страна характеристики е зависимо от времето. Второ, грешките на отделните пространствени единици (страхи) са корелирани. Това се дължи на взаимна обвързаност в икономическото развитие на отделните страни особено когато те са

³ Дългосрочната еластичност се определя на база имплицитното допускане за приближаване на пазара към устойчиво дългосрочно равновесие, при което може да се приеме, че $y_{t,i} = y_{t-1,i}$.

⁴ Оценката е неотместената оценка, когато средната стойност на базовото разпределение е равна на оценявания параметър. Оценката е ефективна при възможно най-малка дисперсия, т.е. при базово разпределение с най-малка вариация. Оценката е съвместима, когато с увеличаване на размера на наблюденията (към безкрайност) вероятностното разпределение все повече се концентрира към истинската стойност на параметъра [Кмента, 1986].

⁵ Необходимите условия за оптималното използване на ОНМК са еднаквата вариация на грешките (хомоскедестичност) и тяхната независимост една от друга.

от един регион или една икономическа общност и имат общи инвестиционни проекти. Трето, Възможна е проявата на хетероскедастичност на грешките, т.е. те да имат различни вариации спрямо отделните подмножества от страни. Хетероскедастичността в комбинирания ДРНС анализ обикновено е резултат на големите разлики в мащаба на независимите променливи, а в отделни случаи и на зависимата променлива в различните страни. Четвърто, грешките могат да прикриват времеви и пространствени ефекти. В тези случаи, дори първоначалните данни да не показват хетероскедастичност и автокорелация, такива могат да се произведат впоследствие. Причина за тези ефекти е погрешната конструкция на модела, и по-конкретно допускането за хомогенност на нивото на зависимата променлива спрямо пространствените единици и времевите периоди, т.е. за хомогенност на коефициента на отсечката. Когато това допускане не е изпълнено, грешките акумулират в себе си пространствени и времеви отклонения (ефекти), нивото на хетероскедастичност и автокорелация са сериозно завишени, а оценките на коефициентите и достоверността на регресията са некоректни. Пето, грешките може да не са случайни спрямо пространствените и времевите единици. В тези случаи функционалните връзки между зависимата и независимите променливи варират, а грешките акумулират предизвикана (каузална) хетерогенност спрямо пространството, времето или и двете. По подобие на предходния проблем, конструкцията на модела влиза в противоречие, но този път с допускането за хомогенност на коефициентите на наклона. Ако оценките се извършват с модели с постоянни (хомогенни) коефициенти, каузалната хетерогенност не може да се идентифицира.

За преодоляването на така формулираните проблеми се прилагат алтернативни на

ОМНК методи за оценка на параметрите, построени на базата на различни допускания за стойностите и вариацията на тези параметри. Въпреки че предлаганите решения са взаимно свързани (тъй като проблемите се проявяват едновременно), все пак можем да разграничим алтернативните оценители в три основни категории: 1) подобрени методи за оценка на най-малките квадрати (преодоляват първите три проблема); 2) методи с хетерогенни параметри на отсечката (преодоляват четвъртия проблем); 3) методи с хетерогенни параметри на наклона (преодоляват петия проблем).

В първата група попадат разновидностите на генерализирания метод на най-малките квадрати (ГНМК) и „Възможния“ генерализиран метод на най-малки квадрати (ВГНМК) за ДРНС данни, обосновани от Паркс и Кмента (1967, 1971), и подобреният ОМНК метод на Бек и Кац (1995). В подхода на Паркс и Кмента регресионното уравнение е същото както (11), тъй като параметрите на отсечката и наклона са постоянни спрямо пространствените и времеви единици. Това уравнение обаче се оценява с метода ГНМК, тъй като, както твърди Кмента, в сравнение с класическия ОМНК метод, ГНМК методът е базиран на по-малко рестриктивни допускания за грешката в регресията, а по този начин за матрицата вариация-ковариация [1986, с. 607]. По-конкретно ГНМК отхвърля условието за *независимост и идентично разпределение* („нир“) на грешката. Така общаващата вариация на ε според ОМНК се дефинира като $\psi^2 I_N$, докато според ГНМК като $\psi^2 \Pi$, където I_N е единичната (идентификационна) матрица, а Π е зададена матрица вариация-ковариация на грешката. Стойностите на β параметрите с ГНМК метода се представят като $(X' \Pi^{-1} X)^{-1} X' \Pi^{-1} y$, а матрица вариация-ковариация като $\psi^2 (X' \Pi^{-1} X)^{-1}$.

Когато матрицата Π не е загадена, както е в повечето ситуации, вместо метода ГНМК се използва възможният генерализиран метод на най-малките квадрати (ВГНМК). ВГНМК методът се нарича възможен, тъй като отхвърля допускането, че матрицата вариация-ковариация Π е предварително детерминирана, а използва оценка на тази матрица, $\hat{\Pi}$, която участва вместо Π във формулата за определяне стойностите на параметрите β [Кмента, 1986].

По отношение на проблемите, свързани с грешките, Паркс и Кмента комбинират допускания за времевата корелация, пространствената корелация и хетероскедастичността на грешката. Кмента [1986, с. 622] описва накратко тези допускания по следния начин:

$$E(\varepsilon_{ti}^2) = \psi_{ti}^2, \quad (12)$$

$$E(\varepsilon_{ti}, \varepsilon_{tj}) = \psi_{ti}, \quad (13)$$

$$\varepsilon_{ti} = \rho_{ti} \varepsilon_{t-1,i} + v_{ti}, \quad (14)$$

където уравнение (12) е модел за хетероскедастичността, уравнение (13) – за пространствената корелация и уравнение (14) – за темпоралната корелация. Последното уравнение е т.нар. АР1, или авторегресионен модел от първи ред, в който ρ_i са коефициентите на авторегресия от първи ред. В този модел се допуска, че ρ_i варира спрямо пространствените единици.

Използваните от Паркс и Кмента ВГНМК трансформации за определянето на ψ^2 и ρ_i и участието на $\hat{\Pi}$ в оценката на коефициентите дава повод на Бек и Кац (1995) да ревизират този подход. Те твърдят, че докато ГНМК е оптимален за комбинирани данни ме-

тод, същото не може да се каже за ВГНМК. Според двамата автори, въпреки че ВГНМК използва оценка на процеса на натрупване на грешките във формулата за стандартните грешки, все пак се приема, че матрицата вариация-ковариация е известна, а не оценена. Това е серозен проблем за моделите с ДРНС данни, тъй като грешката се свързва с голям брой параметри. Този пропуск е причина оценките на стандартните грешки на параметрите да са занижени спрямо техните истински стойности. Според Бек и Кац свръхдоверието в стандартните грешки прави метода Паркс-Кмента безполезен, освен в случаите когато времевите единици надвишават значително пространствените.

За разрешаването на горния проблем Бек и Кац предлагат да се използва по-опростен подход. Според тях, въпреки че при комбинирани ДРНС данни ОНМК не е оптималното решение, този метод все пак показва добри емпирични оценки на параметрите и неточни оценки на стандартните грешки. Затова Бек и Кац смятат, че параметрите трябва да се оценяват с ОНМК, а стандартните грешки да се заместят с т.нар. панелно коригирани стандартни грешки (ПКСГ)⁶. С предложения подход се отчита пространствената корелация на грешките и евентуалната хетероскедастичност, докато времевата корелация на грешките се оценява преди изчисленията на ПКСГ. Времевата корелация може да се моделира с включването на лаговата стойност на зависимата променлива в множеството на независимите променливи, или както предлагат Паркс и Кмента, да се коригира с авторегресионен модел.

Бек и др. [1993, с. 946] заявяват, че трудно може да се обясни защо Паркс и Кмента пре-

⁶ Тъй като не могат да изведат подходяща аналитична формула, Бек и Кац (1995) използват Монте Карло симулации, за да докажат, че заради характерните структури на грешките при ДРНС данни методът ОНМК с ПКСГ дава по-прецизни оценки от метода Паркс-Кмента.

небрегват пространствената корелация на параметрите и насочват цялото си внимание към времевата корелация на грешките. Според Бек и Кац (1996), докато времевата корелация се възприема като неприятност, която скрива истинските зависимости, и за преодоляването на която е необходимо да се трансформират данните, повечето подходи за комбинирания ДРНС анализ ще бъдат погрешни. Авторите отстояват идеята, че дългосрочните тенденции в данните съдържат важна информация, която трябва да се инкорпорира в модела. Ето защо динамиката в модела се постига чрез лагова зависима променлива⁷, а не с коригиране на времевата корелация на грешките. След като това стане, параметрите в модела се оценяват посредством ОНМК, а техните стандартни грешки с ПКСГ, за да се отчете пространствената корелация на грешките и хетероскедастичността.

Според Магала и гр. [1997, с. 3] обаче тезата на Бек и Кац далеч не е коректна. Причината е, че в модели с лагови зависими променливи при проява на времева корелация на грешките ОНМК методите не дават коректни оценки. Дори в по-ранни свои публикации Бек и Кац (1995) предлагат методът ОНМК с панелно коригирана оценка на ковариантната матрица да се използва за модели без лагови зависими променливи. С други думи, проблемът на метода ОНМК с ПКСГ е не само в коректността на оценките на стандартните грешки, но и в тази на оценките на параметрите. Критиките на Бек и Кац спрямо метода Паркс-Кмента са правилни, но не и предлаганото от тях решение. Всъщност техният анализ може да се категоризира като „какво не трябва да се прави“ при участието на лагови зависими променливи.

Относно енергийното потребление ще констатираме, че оценката на хомогенните параметри на база ДРНС данни се извършва с динамични регресионни модели и с взаимно допълващите се методи ОНМК с ПКСГ и ГНМК с AP1 модела на Паркс и Кмента.

Втората категория методи на Хикс (1994) нарушава допускането за хомогенност на коефициента на отсечката, т.е. за постоянното „ниво“ на зависимата променлива във времето и пространството. Когато това допускане не е оправдано, общият коефициент на отсечката β_0 , оценен с ОНМК, е осреднена стойност за всички периоди и пространствени единици, но не е представителен за отделните групи от наблюдения. Този проблем се разрешава или чрез метода на ковариациите или чрез метода на компонентите на грешката. Общото между двата метода е, че допускат променящ се коефициент на отсечката в регресията, с което се отчитат различията в поведението спрямо времето и пространството [Джъдж и гр., 1985]. Така регресионният модел и за двата метода може да се представи с уравнението:

$$y_{t,i} = (\mu_0 + u_i + u_t) + \sum_{k=1}^{K+1} X_{k,t,i} \beta_k + \varepsilon_{t,i}, \quad (15)$$

където:

$\beta_{0,t,i} = \mu_0 + u_i + u_t$ представлява коефициентът на отсечката;

μ_0 – „средната стойност на този коефициент“;

u_t обобщава темпоралните ефекти, а u_i пространствените ефекти.

Когато интересът е насочен към измененията спрямо напречните единиците, u_t може да се пренебрегне, а когато във фокуса на вниманието са поставени измененията във времето, се пренебрегва u_i .

⁷ Тези статистически аргументи допълват идеята чрез включването на лаговата стойност да се оцени „устойчивостта“ на зависимата променлива.

Когато u_t и u_i са постоянни, уравнение (15) е ковариантен модел (или модел с гъми променлива), а когато u_t и u_i са случайни величини, уравнение (15) е модел на компонентите на грешката. С други думи, при ковариантния метод *специфичните характеристики* на пространствените единици и времеви периоди са параметри, докато при метода на компонентите на грешката, тези характеристики са нормално разпределени случайни променливи. Затова в статистическата литература ковариантния метод е известен още като метод на постоянните ефекти (ПЕ), а методът на компонентите на грешката като метод на случайните ефекти (СЕ).

Основната презумпция в метода ПЕ е, че при конструирането на регресията са пропуснати подходящи тълкувателни променливи, които не се изменят във времето и/или пространството, и с включването на гъми променливи този недостатък се компенсира [Кмента, 1986, с. 633]. Обратно, според метода СЕ пропуснатите променливи са случайни и затова u_t и/или u_i се извеждат от нормално вероятностно разпределение.

От гледна точка на метода ПЕ променящият се параметър на отсечката е логичен, имайки предвид, че пространствените и времевите ефекти се отчитат с адхок добавените гъми променливи. В СЕ метода обаче променящата се отсечка по-скоро се приема условно [Джъдж и др., 1985]. В действителност може да се допусне, че всички коефициенти са постоянни, а грешките в регресията са съставени от три компонента (един, свързан с времето, един – с пространството, и трети, свързан с двете дименсии). Така, от гледна точка на метода на случайните ефекти уравнение (15) може да се преобразува до:

$$y_{t,i} = \mu_0 + \sum_{k=1}^{K+1} X_{K,t,i} \beta_k + \varepsilon_{t,i}, \quad (16)$$

където:

$\varepsilon_{t,i} = u_t + u_i + u_{t,i}$, u_t са случайните отклонения във времето;

u_i – случайните отклонения в пространството;

$u_{t,i}$ – случайните отклонения във времето и пространството едновременно.

И трите компонента u_t , u_i и $u_{t,i}$ са нормално разпределени и се подчиняват на допусканията, приети в ОНМК метода.

Всеки един от компонентите има постоянна вариация, затова вариацията на сумарната грешка $\varepsilon_{t,i}$ също е постоянна или хомоскедастична. Това означава, че този модел не може да разреши хетероскедастичните усложнения на грешката [Хукс, 1994]. Друга характерна особеност е, че в нито един от компонентите не се допуска автокорелация. Въпреки това очевидно пренебрежение на авторегресионността, коефициентът на корелация между две времеви стойности на грешката на дадена пространствена единица (между $\varepsilon_{t,i}$ и $\varepsilon_{s,i}$) следва директно от самия модел. Освен това СЕ моделът отчита пространствената корелация на грешката с определянето на коефициента на корелация на грешката между две пространствени единици в даден момент от времето (между $\varepsilon_{t,i}$ и $\varepsilon_{t,j}$) [Кмента, 1986, с. 625].

Последните (свободни) допускания за грешката подсказват, че за изчислителните процедури на СЕ метода могат да се използват подходът с ГНМК и ВГНМК на Паркс и Кмента. Методът ОНМК с ПКСТ не е особено подходящ, а и Бек и Кац не дискутират модели с преобладаващи напречни сечения [1995, с. 645]. Обратно, доминиращият от динамични редове ПЕ модел е съвместим с този метод, но грешката трябва да отговаря на класическите допускания за регресионния модел. Повечето анализатори все пак допускат, че $\varepsilon_{t,i}$ е авторегресионна и хетероскедастична и дават предпочитания на подхода Паркс-Кмента.

Кой от двата метода – ПЕ или СЕ, е по-коректен? Този въпрос най-често се поставя, когато трудно може да се прецени дали ефектите върху параметрите на отсечката са постоянни, или са случайно разпределени. Например, когато освен независимите променливи и зависимата променлива се влияе от друга променлива, която се изменя спрямо пространствените единици, но е постоянна спрямо времето, не е ясно дали коефициентите на независимите променливи са зависими или не от другата променлива. Предимството на СЕ метода в такива случаи е, че съхранява броя на степените на свобода, което е предпоставка за получаването на ефективни оценки на регресионните параметри. Основният недостатък на този метод е, че ако напречните данни се корелират с независимите променливи, оценените параметри са отместени и противоречиви. Предимство на ПЕ метода е, че той предпазва срещу грешки, предизвикани от подобна корелация, а недостатъкът му е, че губи от ефективността си заради нарасналия брой на оценяваните параметри. Така най-важният аргумент за избора между двата метода е вероятността за корелация между пространствените и/или времевите характеристики и независимите променливи [Кмента, 1986, с. 634].

Нито един от дискутираните дотук оценители не разрешава петия от проблемите на Хикс с грешката в ОНМК анализа на комбинирани ДРНС данни. Във всички споменати методи се допуска, че параметрите на наклона (и процесите, които те отразяват) са хомогенни спрямо отделните пространствени и времеви единици, което обаче на практика е малко вероятно да се случи [Магала и др., 1997]. Третата група оценъчни методи трябва да разреши този проблем⁸.

По правило преди конструирането на регресионния модел се извършва тест на статистическата значимост на хомогенността на отделните параметри. Този тест насочва предпочитанията към индивидуални модели на отделните напречни сечения или на динамичните редове, или към общ модел, който комбинира цялото множество от данни и с който се оценяват постоянните във времето и пространството параметри [Магала, 1991, с. 302]. Дискутирайки двете крайности – на пълната хомогенност и на пълната хетерогенност, Кител (1999) обобщава, че хомогенните параметри в ДРНС анализа (изключващи участието на каквито и да е постоянни и случайни специфични ефекти) представляват комбинирания среден ефект от влиянието на времето и пространството, но не дават информация за относителното участие на двете дименсии в стойността на този ефект. С други думи, без допълнителни анализи няма как да отговорим на въпроса, дали вариацията се дължи на различията между отделните страни или на различното развитие на тези страни. Така, за да проверим достоверността на регресионната зависимост във времето трябва да оценим няколко пъти, за няколко поредни години регресионния модел на едно и също сечение. Получените оценки показват дали анализираната зависимост се променя или остава постоянна във времето (така, както прогнозираят методите на хомогенните коефициенти). Другият начин за проверка на обобщаващите (комбинирани) параметри е сравнението на динамичните редове на отделните страни. Тъй като някои независими променливи, които са специфични за отделните страни, приемат постоянни стойности и/или се изменят едновременно в рамките на голяма част от страните, срав-

⁸ Робертсън и Саймънс (1992) подробно анализират ползата от тази категория методи, тяхното приложение за енергийните модели и възможните отклонения на оценката на дългосрочните еластичности, когато хетерогенността на параметрите на наклона се пренебрегва.

нителните анализи на база динамични редове невинаги са коректни. Този проблем, между другото, е един от сериозните аргументи срещу използването на методите с постоянни параметри за ДРНС данни. Присъствието на постоянни стойности в динамичните редове означава, че комбинираните параметри на тези променливи се определят почти изцяло на база на напречните сечения.

Според Кител (1999) изброените проблеми не означават, че комбинирането на ДРНС данни е безсмислено. Те просто доказват, че комбинираните данни трябва да се анализират внимателно и че без допълнителни оценки на пространствената и времевата дименсия хомогенните методи може да дават подвеждащи резултати.

Все пак между двете крайности – на пълната хомогенност в оценителите с постоянните параметри и на пълната хетерогенност в индивидуалните оценители на напречните и времевите параметри, съществуват подходящи междинни решения. Проблемът с чисто хомогенните и хетерогенните методи е, че те са базирани на крайни допускания, т.е. допуска се, че или всички параметри са напълно постоянни за всички страни и години, или че са напълно различни. Както обикновено, истината е някъде по средата. Параметрите не са напълно хомогенни, но между тях има известно сходство [Магала и др., 1997, с. 91]. Най-елементарното обяснение за подобно сходство е хипотезата, че всички параметри се изменят едновременно във времето и/или пространството.

За икономическите (и политически) изследвания на базата на комбинирани данни напречната хетерогенност представлява ключов методологически проблем. Затова анализаторите от това направление насочват усилията си към неговото разрешаване. От тази гледна точка, основната идея на

сравнителния анализ е, че каузалният процес варира в различните страни. Така основният проблем в анализа е връзката между специфичния за всяка страна каузален процес и специфичните за тази страна характеристики. Уестърн [1998, с. 1225] заявява тезата, че напречните вариации в икономическите взаимоотношения в отделните страни са резултат на дълготрайните институционални различия, затова само методи, които допускат променящи се спрямо напречните сечения коефициенти на наклоните, могат да отразят институционалните характеристики на тези страни.

Когато се допусне, че чувствителността на зависимата променлива $y_{i,t}$ спрямо независимата променлива $X_{i,t}$ е различна в различните страни, но за всяка отделна страна (напречно сечение) е постоянна във времето, регресионният модел може да се обобщи като:

$$y_{t,i} = \sum_{k=1}^{K+1} X_{k,t,i} \beta_{k,i} + \varepsilon_{t,i} = \sum_{k=1}^{K+1} X_{k,t,i} (\mu + \alpha_{k,i} + \varepsilon_{t,i}) \quad (17)$$

За разлика от предходните модели параметрите се тълкуват по същия начин, както независимите променливи. Така $\mu = (\mu_0 \dots \mu_{K+1})$ се разглежда като средна стойност на вектора на параметрите, а $\alpha_{k,i} = (\alpha_{0,i} \dots \alpha_{K+1,i})$ са отделните отклонения от тази средна стойност. Когато $\beta_{k,i}$ са дефинирани и диференцирани константи, уравнение (17) се анализира с привидно несвързания регресионен метод [Зелнер, 1962], а когато $\beta_{k,i}$ са случайни параметри, същото уравнение принадлежи на метода на случайните коефициенти [Хсайо, 1986, с. 130]. Според Хсайо дилемата, дали β_i е постоянна и диференцирана, или е случайна и диференцирана, се определя от това, дали направените изводи зависят от индивидуалните характеристики на данните или не. В първия случай трябва да се използва модел с постоянни коефициенти, а във втория – модел със случайни коефициенти [1986, с. 136].

В привидно несвързания регресионен модел всяко напречно сечение (и динамичните редове в него) представлява независимо уравнение, което не се влияе от нито едно друго сечение (и динамични редове в него) от множеството комбинирани ДРНС данни. Методът представя поредица от специфични за отделните страни регресионни анализи, а едновременната пространствена корелация между грешките на отделните уравнения се използва, за да се подобри ефективността на оценките на отделните уравнения [Хикс, 1994].

Според разработения от Суоми (1970) метод на случайните коефициенти (МСК) β_i се определят на базата на общо нормално вероятностно разпределение. С групи думи, $\beta_i = \mu + \alpha_i$ се представя като случайно разпределена величина с обща средна стойност. Затова този метод е един вид продължение на метода на случайните ефекти. Изискванията към регресионния модел се описват със следното множество от уравнения:

$$E(\alpha_i, \alpha_j) = E[(\beta_i - \mu)(\beta_j - \mu)] = 0 \quad i \neq j, \quad (18)$$

$$E(X_{it}, \alpha_i) = E[X_{it}(\beta_i - \mu)] = 0, \quad (19)$$

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{ij}) = \psi_{ij}^2, \quad i=j, \quad (20)$$

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{ij}) = 0, \quad i \neq j, \quad (21)$$

за всяко $t=1, 2 \dots T$ и $i=1, 2 \dots N$.

За удобство и за по-ясно представяне на този и останалите модели от третата категория, както и на доверителните интервали в следващия раздел, в по нататъшните записи ще обединим наблюденията в отделните сечения. Така моделът на енергийното търсене, или първата част на уравнение (17), ще придобие вида:

$$y_i = X_i \beta_i + \varepsilon_i, \quad (22)$$

където:

$$X_i = (1, X_{K+1,i}) \text{ и}$$

$$\beta_i = \begin{pmatrix} \beta_{0,i} \\ \beta_{y,i} \\ \beta_{K,i} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

за всяко $i=1, 2 \dots N$.

Освен това, за да бъдат коректни разсъжденията, моделът трябва да се разглежда като йерархична структура. В рамките на такава структура всяка система има свое собствено множество от стойности на параметрите, но се приема известно сходство между стойностите в различните системи. За структурирането на това сходство между параметрите се използва базисно вероятностно разпределение. Така зависимата променлива y_i е разпределена около средната стойност $X_i \beta_i$, която зависи от параметъра β_i , а той от своя страна е разпределен около хиперпараметрите⁹ μ и Σ . Допускайки нормално вероятностно разпределение, се получава следната двустъпкова йерархична структура:

$$y_i | X_i, \beta_i, \psi_i \sim N(X_i \beta_i, \psi_i^2 I_N) \quad (24)$$

$$\text{и } \beta_i | \mu, \Sigma \sim N(\mu, \Sigma), \text{ за всяко } i, \quad (25)$$

където:

μ е $(K+2) \times 1$ векторът от средната стойност;

Σ – ковариацията на μ , представена като $(K+2) \times (K+2)$ матрица.

С тези допълнения и условията по-горе следва, че стойностите на β_i се детерминират от нормално разпределение (μ, Σ) , като тези процеси са независими както един от друг, така и от стойностите на X_i . Освен това

⁹ Терминът се използва в методологичната рамка на Бейз.

се предполага проявата на корелация между компонентите на β_i и на хетероскедастичност в множеството комбинирани данни. Динамиката в модела се отчита с лаговата стойност на зависимата променлива, но не и с времевата корелация на грешката [Бек, Кац, 1997, с. 3].

Основната задача на метода МСК е да дефинира оценките на параметрите β_i , β_i , като сума от среднопретеглени стойности на общата (комбинирана) оценка на (17) μ и индивидуалната оценки на β_i за отделните сечения, b_i . За получаването и на комбинираната μ и на индивидуалните b_i оценки най-често се използва методът ОНМК.

ОНМК оценките на μ обаче не могат да са ефективни спрямо общата средна, тъй като не се използва цялата структура на модел (17). Това се вижда, когато ковариантната матрица на комбинираната ОНМК оценка се представи като:

$$\Gamma_i = E[(\varepsilon_i + \alpha_i X_i)(\varepsilon_i + \alpha_i X_i)'] = X_i \Sigma X_i' + \psi_i^2 I_T. \quad (26)$$

За да се получи ковариация, отговаряща на цялото множество от наблюдения, е необходимо да се определи матрицата Π , която е сбор от всички, N на брой, стойности на Γ_i . Представяйки Π като диагонална матрица от Γ_i , $\Pi = I \otimes \Gamma_i$, където $\otimes$ е произведението на Кронекер. Така, ако са известни Σ и ψ_i^2 , може да се определи Γ_i , а оттук и Π . Това позволява по-нататък прилагането на метода ГНМК [Бек и Кац, 2004].

С метода ГНМК оценката μ е:

$$\mu = (X' \Pi^{-1} X)^{-1} (X' \Pi^{-1} y), \quad (27)$$

а с ВГНМК в детерминирането на μ вместо Π участва съвместима оценка Π .

Класическият начин за изчисляване на среднопретеглената стойност на β_i , β_i на база оценките μ и b_i , т.нар. правило на Щайн, може да се опише като:

$$\beta_i = \frac{c}{F} \mu + (1 - \frac{c}{F}) b_i, \quad (28)$$

където:

F е статистиката за тестване на нулевата хипотеза за хомогенност на β_i ;

c – константната.

Представянето на μ като среднопретеглена оценка от b_i^{10} :

$$\mu = \sum_{i=1}^N w_i b_i, \quad (29)$$

където:

w_i^{11} е относителното участие на b_i в μ , дава възможност да се прецизира (28). От (29) и факта, че b_i са независими, се извеждат т.нар. експлицитна формула за вариацията на μ^{12} и най-добрата линейна неотместена ГНМК оценка на β_i :

$$\beta_i = A_i \mu + [I_K - A_i] b_i, \quad (30)$$

където $A_i = [\Sigma^{-1} + \Psi_i^{-1}]^{-1} \Sigma$ [Бек и Кац, 2004, с. 7].

Основното препятствие пред този подход е, че Σ и V_i не са известни. Както обичайно се процедира с ГНМК оценителите, Суоми (1970) предлага двустъпкови процедури. Първата стъпка е използването на съвместим, но неефективен метод за оценяване на μ и β_i . Втората стъпка е на базата на тези предварителни оценки да се определят па-

¹⁰ Вариацията на b_i е $\text{var}(b_i) = V_i + \Sigma = (X_i' X_i)^{-1} X_i' \Gamma_i X_i (X_i' X_i)^{-1}$, където $V_i = \psi_i^2 (X_i' X_i)^{-1}$.

¹¹ $w_i = \{\sum_{i=1}^N [\Gamma_i + V_i]^{-1}\}^{-1} [\Gamma_i + V_i]^{-1}$.

¹² $\text{var}(\mu) = \sum_{i=1}^N w_i [V_i + \Gamma_i] w_i'$.

раметрите на вариацията. След като с метода ОНМК се намерят индивидуалните b_i , оценката на вариацията V_i е:

$$V_i = s_i^2 (X_i' X_i)^{-1}, \quad (31)$$

където $s_i^2 = \frac{\varepsilon_i' \varepsilon_i}{T - (K + 1)}$, а ε_i са стандартните ОНМК грешки.

По-важният въпрос е как да се определи Σ ? Според Суоми оценката на Σ , $\bar{\Sigma}$, се получава от оценките b_i , но коригирани с $\text{var}(b_i) = V_i + \beta$, като:

$$\bar{\Sigma} = \frac{1}{N-1} \left(\sum_{i=1}^N b_i b_i' + N \bar{b} \bar{b}' \right) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i, \quad (32)$$

където $\bar{b}$ е средната стойност на b_i .

Проблемът с (32) е, че необходимото условие за добре дефинирана ковариантна матрица, а именно $\bar{\Sigma}$ да е положително число, може да не се изпълни. Причината е, че в (32) се използва V_i , което при ограничени данни, особено при къси редове, може да е доста голямо число. Хсайо (1986) предлага втората част в горния израз да отпадне¹³.

Според Магала и др. (1997) МСК оценителят на Суоми, с характерния двустъпков подход, е сравнително ефективен само когато не участват лагови стойности на зависимите променливи. Затова авторите предлагат алтернатива чрез т.нар. свити оценители¹⁴, които включват итеративни процедури и емпиричния модел на Бейз и които могат да бъдат обосновани с методологичната рамка на Бейз. Също както методологичната рамка, емпиричният модел използва полученото впоследствие апостериорно вероятностно разпределение, но за разликата от нея ап-

риори разпределението, в случая $\beta_i \sim (\mu, \Sigma)$, се извежда на базата на извършените наблюдения¹⁵.

За да представим накратко методологичната рамка на Бейз, ще приемем, че $G \sim \ell(G|\theta)$ е анализираната случайна променлива (скалар, вектор или матрица) от вероятностното разпределение $\ell(G|\theta)$, където θ е множество на параметрите. За дадено G , $\ell(G|\theta)$ е функция на θ , която се нарича вероятностна функция. Ще допуснем още, че априори разпределението $\pi(\theta)$ представя някаква субективна информация, известна преди наблюденията на G . Според рамката на Бейз изводите за θ се основават на разпределението на θ спрямо G , $\pi(\theta|G)$, което представя апостериорното разпределение и се дефинира като:

$$\pi(\theta|G) = \frac{\ell(G|\theta)\pi(\theta)}{\int \ell(G|\theta)\pi(\theta)dG} \propto \ell(G|\theta)\pi(\theta). \quad (33)$$

Апостериорното разпределение всъщност е осъвременяване на наличната априори информация чрез информацията, съдържаща се в $\ell(G|\theta)$.

От гледна точка на методологичната рамка на Бейз двустъпковият йерархичен модел на търсенето на природен газ (24, 25) е двустъпков йерархичен модел на Бейз. Основното предимство на подобни йерархични модели е, че зависимостите между отделните променливи се дефинират сравнително лесно. Променливите зависят единствено от тези след тях чрез съответните вероятности и от тези преди тях чрез априори разпределението.

За приложението на рамката на Бейз е необходимо предварително да се избере под-

¹³ Логиката на Хсайо е, че втората част показва вариацията в сеченията, затова при големи T може да се пренебрегне. Макар да е спорно, това решение се приема широко в практиката [Бек и Кау, 2004].

¹⁴ Наименованието свити оценители е израз на идеята, че оценките на напречните сечения се свиват към обща за ДРНС данните средна, макар че същата логика е в сила и за МСК метода.

¹⁵ Робърт (2001) представя детайлно описание на теоретичната рамка на Бейз и емпиричните оценители на Бейз.

ходящо априори разпределение. Ако априори информацията е неясна и недостатъчно надеждна, цялостното извеждане на априори разпределението е трудна задача. Според Бейз априори разпределението може да е неинформативно, т.е. да не съдържа априори информация. В емпиричния модел на Бейз такъв проблем не съществува, именно защото априори разпределението се определя от наблюденията¹⁶.

Емпиричният модел на Бейз заема междинно място между класическите постановки и методите на Бейз и позволява на статистиците да оползотворят неясната априори информация по един сравнително опростен начин. Тъй като априори разпределението се избира впоследствие, този модел противоречи на парадигмата на Бейз. Терминът емпиричен подход *на Бейз* е неправилен и по още една причина. Истинските методи на Бейз са емпирични, защото изцяло се основават на данни. Затова емпиричният модел на Бейз е по-скоро приемлива апроксимация на методологичната рамка на Бейз, приложима в случаи, в които истинското моделиране на Бейз е прекалено сложно, а този модел е ефективен начин за достигане до обичайните оптимизационни процедури.

За да онагледим свитите оценители на Магала и гр. (1997), ще приемем, че вероятностното разпределение $\ell(Y_i|\beta_i, X_i)$ се дефинира от (24), а априори разпределението на β_i от (25), където ψ , μ и Σ са постоянни и неизвестни, които трябва да се детерминират. При зададени μ , Σ и ψ_i апостериорното разпределение на β_i се означава като:

$$\beta_i|\mu, \Sigma, \psi_i \sim N(\omega_i, \Omega_i), \quad (34)$$

което е нормално разпределение с очаквана стойност ω_i , представена като:

$$\omega_i = \Omega_i \left(\frac{1}{\psi_i^2} X_i' X_i b_i + \Sigma^{-1} \mu \right), \quad (35)$$

и ковариация:

$$\Omega_i = \left(\frac{1}{\psi_i^2} X_i' X_i + \Sigma^{-1} \right)^{-1}, \text{ за всяко } i = 1, 2, \dots, N, \quad (36)$$

където $b_i = (X_i' X_i)^{-1} X_i' y$ е индивидуалната за отделното сечение оценка на β_i , по метода ОНМК.

Магала и гр. (1997) твърдят, че при лагови зависими променливи, нормалността на апостериорното разпределение (24) е издържана само с известно приближение.

В емпиричния модел на Бейз неизвестните параметри в (25) μ , Σ и ψ_i могат да се оценят с редица методи¹⁷, включително с двустъпковия, но тъй X_i включват лагови зависими променливи Магала и гр. (1997) препоръчват итеративен подход, чрез който всички параметри β_i , μ , Σ и ψ_i се оценяват едновременно. Авторите предлагат итеративните процедури, разработени от Рао (1975) и модифицирани от Кадияла и Оберхелман (1986)¹⁸, които накратко могат да се представят по следния начин:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega_i \quad (37)$$

$$\bar{\Sigma} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\omega_i - \bar{\mu})(\omega_i - \bar{\mu})' \quad (38)$$

$$\psi_i^2 = \frac{1}{T - (K+2)} (y_i - X_i \omega_i)' (y_i - X_i \omega_i) \quad (39)$$

за всяко i , като $\bar{\mu}$ е средната стойност на оценката ω_i , $\bar{\Sigma}$ е получена от отклоненията на ω_i от средната стойност $\bar{\mu}$, а ψ_i^2 е сума-

¹⁶ Блатберг и Джордж (1991) илюстрират емпиричния анализ на Бейз, а Робърт (2001) сравнява този анализ с методологичната рамка на Бейз.

¹⁷ Например Уестърн (1998) предлага Верижния метод Монте Карло на Марков.

¹⁸ Теоретичните предимства на итеративната процедура над двустъпковата в динамичните модели са дискутирани от Магала и гр. (1997).

та от квадратите на грешките спрямо ω_i . Итеративната структура предполага, че μ , Σ и Ψ_i^2 не може да се определят, преди да е известна ω_i , и обратно. За да се изчисли апостериорното разпределение (34), уравнения (35), (37), (38) и (39) трябва да се решат итеративно.

Магала и др. (1997) подобряват конвергенцията, модифицирайки (38) до:

$$\Sigma = \frac{1}{N-1} [R + \sum_{i=1}^N (\omega_i - \mu)(\omega_i - \mu)'], \quad (40)$$

където $R = \lambda I_{K+2}$ е диагонална $(K+2) \times (K+2)$ матрица с малки стойности по диагонала (например $\lambda=0,01$).

Грубер (1998) изследва няколко полезни начина за избор на λ . От неговия анализ става ясно, че Хьорел и Кенарг (1970) тестват различни стойности на λ , за да изберат такава стойност (на λ), която „стабилизира системата“, или че „коефициентите няма да получат необосновани стойности“. Използвайки резултати от изследвания с метода Монте Карло, Хю и Магала (1994) твърдят, че итеративните процедури, в които участва (38), дават по-добри резултати от гвустъпковите процедури.

В първоначалната итерация за всяко i оценката с обикновения метод на най-малките квадрати b_i се приема за начална стойност на ω_i . След това (37), (40) и (39) дават първоначалните оценки съответно на μ , Σ и Ψ_i^2 . Тези оценки се заместват в (35), за да се получи нова оценка на ω_i . Итеративният алгоритъм осъвременява оценките на ω_i , μ , Σ и Ψ_i^2 с активирането на затворената верига от уравнения (35), (37), (40) и (39). Твърде вероятно е получените оценки да конвергират. И тъй като алгоритъмът не може да функционира до безкрайност, той се преустановява, когато оценките се стабилизируют около някаква стойност. При

последната итерация оценките на μ , Σ и Ψ_i се заместват в уравнения (35) и (36), за да се получат оценките ω_i на параметъра ω_i , и Ω_i на Ω_i .

Оценките на β_i , β_i , се намират с уравнения (28) или (30).

Според Бек и Кац [1996, с. 5] най-важното предимство на методите на Бейз е, че случайният компонент остава в параметрите, а не в структурните единици. Така различията между панелните и ДРНС анализите и последващите от тях противоречия престават да съществуват. Като недостатък авторите отчитат факта, че априори вероятностното разпределение Σ , което участва в дефинирането на апостериорните очаквания за β_i , се основава на субективното виждане на анализатора за „света“, а не за оценяваните параметри.

С възможността β_i да се представи като функция на групи променливи на пространствената единица, йерархичният модел на Бейз е много полезен инструмент за сравнителни институционални изследвания, тъй като по този начин отделните ефекти могат да се моделират като функция на различните институции. Както констатира Уестърн (1998), институционалните ефекти са изключително важни за сравнителните икономически анализи, но се пренебрегват напълно в другите модели, включително в този на Бек и Кац (1997).

3. Доверителни интервали

Една от основните задачи за точното определяне на краткосрочната и дългосрочната еластичност е изчисляването на доверителните интервали. В избора на подходящ метод за доверителните интервали трябва да се има предвид, че краткосроч-

ната и дългосрочната еластичност са съответно линейна и нелинейна функция на нормално разпределени параметри. Най-често предпочитанията са насочени към метода делта, „наивните“ доверителни интервали и бутстрап метода.

Методът делта е традиционна техника за измерване на приблизителните стандартни грешки на произволни функции на нормално разпределени параметри¹⁹. Ако допуснем, че $f(\beta_i): \mathbb{R}^{(K+2) \times 1} \rightarrow \mathbb{R}$ е непрекъсната и диференцируема от първи ред функция, а β_i и $\text{cov}(\beta_i)$ са оценки на средната стойност и ковариацията на параметрите β_i (които могат да бъдат ω_i и Ω_i), делта методът приближава стандартната грешка на $f(\beta_i)$ към средната $f(\beta_i)$ посредством т.нар. апроксимация от първа степен на Тейлър. Математически това може да се представи по следния начин:

$$\text{var}(f(\beta_i)) \approx \left[\frac{\partial f(\beta_i)}{\partial \beta_i} \right]' \text{cov}(\beta_i) \frac{\partial f(\beta_i)}{\partial \beta_i} \Big|_{\beta_i = \beta_i} \quad (41)$$

за всяко i ,

където $\frac{\partial f(\beta_i)}{\partial \beta_i}$ е $(K+2) \times 1$ Вектор на частните производни спрямо отделните елементи.

Имайки предвид, че еластичностите се дефинират с (9) и (10), посредством делта метода съответните вариации се изчисляват по следния начин:

$$\text{var}(e_{G,i}^{SR}) \approx \left[\frac{\partial e_{G,i}^{SR}}{\partial \beta_i} \right]' \text{cov}(\beta_i) \frac{\partial e_{G,i}^{SR}}{\partial \beta_i} \Big|_{\beta_i = \beta_i} \quad (42)$$

$$\text{и } \text{var}(e_{G,i}^{LR}) \approx \left[\frac{\partial e_{G,i}^{LR}}{\partial \beta_i} \right]' \text{cov}(\beta_i) \frac{\partial e_{G,i}^{LR}}{\partial \beta_i} \Big|_{\beta_i = \beta_i}, \quad (43)$$

където:

$$\frac{\partial e_{G,i}^{SR}}{\partial \beta_i} = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)' \quad (44)$$

$$\text{и } \frac{\partial e_{G,i}^{LR}}{\partial \beta_i} = (0 \ \frac{\beta_{Gi}}{(1 - \beta_{Yi})^2} \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)' \quad (45)$$

за всяко i .

Наивните доверителни интервали се определят на базата на емпиричното апостериорно разпределение на Бейз. Така дефинираните интервали обаче не отразяват изменчивостта на оценките на хиперпараметрите, което намалява вероятността истинската стойност да се намира в доверителния интервал. Затова доверителните интервали се наричат наивни. От гледна точка на структурната рамка на Бейз обяснението за този проблем е, че емпиричното апостериорно разпределение на Бейз игнорира измененията на μ .

Всъщност вариацията на $f(\beta_i)$ на база емпиричния модел на Бейз е апроксимация на първата част от израза:

$$\text{var}(f(\beta_i)) = E_{\mu}[\text{var}(f(\beta_i)|\mu)] + \text{var}_{\mu}[E(f(\beta_i)|\mu)] \quad (46)$$

за всяко i .

Делта методът извършва приближение към $\text{var}(f(\beta_i))$ посредством аксиоматичната апроксимация на Тейлър на първата част от израза (46). Така делта методът дава наивни доверителни интервали. Въпреки тези недостатъци делта методът намира приложение при оценяването на доверителните интервали в няколко водещи изследвания на свитите оценки на енергийното потребление на база комбинирани данни, като на Магала и др. (1997), Балтаги и Грифийн (1997). За инкорпорирането на част от характерната несигурност и получаването на по-надеждни доверителни данни Ларид и Луиз (1987) предлагат използването на т.нар. бутстрап метод.

¹⁹ Грийн (2003) Въвежда теорията на разпределението на големите извадки и дава пример за намиране на асимптотичното разпределение на нелинейна функция чрез метода делта.

Бутстрап методът е обобщаваща техника, която се прилага за линейни и нелинейни регресионни модели. Джонг и Магала (1993) и Винод (1993) очертават перспективите за приложение на метода за иконометрични модели с комбинирани данни. Черник (1999) описва използването на бутстрап метода за получаване на доверителни интервали чрез генерализирания метод на най-малките квадрати. Фрийдман и Петерс (1984) демонстрират, че при ограничени данни бутстрап методът е много по-полезен от стандартната асимптотична теория за намиране на доверителни интервали с генерализираните модели на най-малки квадрати. Винод и Маккалаф (1994) прилагат бутстрап метода за авторегресионни (AR1) модели, а Винод (1995) твърди, че персентилните бутстрап доверителни интервали са особено подходящи за емпирични изследвания със свити оценители.

Основният проблем пред този метод е дефинирането на т.нар. бутстрап извадки. При комбинирани ДРНС данни бутстрап методът се прилага за всеки времеви хоризонт поотделно. С $\mathbf{y}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{X}_i \beta_i$ ще означим оценката на вектора на грешките за всяко i , където β_i е оценката на параметрите. Имайки предвид, че по правило $\mathbf{y}_i$ е по-малко от ϵ_i , грешките се преизчисляват с фактора $\sqrt{\frac{T}{T - (K + 2)}}$. С промяна на първоначалните данни чрез заместване бутстрап методът формира елементите на преизчислените $\mathbf{y}_i^*$, за да изведе вектора на псевдогрешките $\mathbf{e}_i^*$. Бутстрап извадката се отличава от първоначалните данни, тъй като някои от наблюденията се повтарят един, два или повече пъти. Освен това има и такива наблюдения, които въобще не присъстват в бутстрап извадките.

Ако приемем, че псевдо $\mathbf{y}_i$ векторът, $\mathbf{y}_i^*$, се дефинира като $\mathbf{y}_i^* = \mathbf{X}_i \beta_i + \mathbf{e}_i^*$, от регресията на $\mathbf{y}_i^*$ спрямо $\mathbf{X}_i$ се намират бутстрап оцен-

ките на параметрите $\beta_{i,j}^*$. Тази процедура се повтаря няколко пъти, докато се получи $\{f(\beta_{i,b}^*); b = 1, 2, \dots, B\}$, където B е общият брой на бутстрап извадките.

При данни с малко на брой динамични редове T бутстрап методът преоформя извадките на базата на ограничен брой стойности. В такива случаи, тъй като наблюденията, а и самите бутстрап извадки често се повтарят, истинската вариация се подценява. Според Хол (1992) броят на възможните пермутации (прегрупирания) на T различни обекти (T е зададено) чрез заместване е:

$$\left(\frac{2T-1}{T}\right) = \frac{(2T-1)!}{T!(T-1)!} \quad (47)$$

Дори когато T е само 15, това все пак е голямо число и вероятността от повторение на бутстрап извадките е малка.

Ендрюс и Бучински (2000) обобщават избора на броя на бутстрап повторенията в контекста на разнообразието от бутстрап процедури и предлагат тристъпков метод за разрешаването на този проблем. Ефрон (1987) обаче твърди, че случайният компонент в бутстрап оценката на грешката, който е следствие от използването на крайни стойности на B , е пренебрежимо малък при $B \geq 1000$. Със скоростта на модерните софтуерни продукти не е проблем да се изчисляват от 5000 до 10 000 бутстрап извадки за голяма част от обикновените обществени проблеми. Черник (1999) препоръчва да се използват различни стойности на B и да се анализира ефектът в оценките.

Основната идея за конструирането на бутстрап доверителни интервали е, че вариацията в рамките на бутстрап извадките е подобна на вариацията на $f(\beta_i)$ спрямо $f(\beta_i)$. Стандартното отклонение на бутстрап извадките може да се изчисли от:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (f(\beta_{i,b}^*) - \bar{f}_i)^2} \text{ за всяко } i, \quad (48)$$

където с $\bar{f}_i$ се означава средната стойност на оценяваната на бутстрап извадка:

$$\bar{f}_i = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B f(\beta_{i,b}^*) \quad (49)$$

Бутстрап стандартните грешки ($\bar{e}_i$) може да се използват за приблизително дефиниране на (1- α)100 % доверителен интервал на $f(\beta_i)$ във формата на:

$$(\bar{e}_i) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} w_i, \quad (50)$$

където $z_{\frac{\alpha}{2}}$ е $\frac{\alpha}{2}$ % горният квантил на стандартното нормално разпределение.

Полученият доверителен интервал, плюс/минус няколко стандартни отклонения, е симетрично разположен и не държи сметка за евентуални изкривявания на изходните данни или други грешки, които се проявяват, когато $\bar{f}_i$ е отместена.

Бутстрап *персентилният* метод е от категорията бутстрап методи, които дават точни доверителни интервали, без да приемат допусканията в теорията на нормалното вероятностно разпределение [Ефрон, Тибширяни, 1993]. Персентилният метод е най-подходящият начин за конструиране на (1- α)100 % доверителен интервал на $f(\beta_i)$. Бутстрап извадките се подреждат в нарастващ ред, като номерът на множеството $B(\frac{\alpha}{2})$ и $B(1 - \frac{\alpha}{2})$ определят съответно горната и долната граница на доверителния интервал.

За разлика от стандартните нормални доверителни интервали, персентилните интервали запазват своите рамки. Това е индикатор за получаване на интервали в приемливи граници. Според Ефрон и Тибширяни (1993) методите, които не променят рамките на

доверителните интервали, са по-прецизни и надеждни.

4. Обобщаващ коментар

Най-предпочитаният модел на енергийното търсене е логлинейният модел на Коук, в който миналата (лагова), отместена с един период стойност на зависимата променлива участва като независима (екзогенна) променлива. Динамизирането на модела е израз на идеята, че настоящото потребление се влияе от миналото потребление. Освен че „улавя“ еволюцията на енергийното потребление във времето, динамичният модел разграничава краткосрочните от дългосрочните ефекти върху търсенето.

Използването на комбинирани ДРНС данни разширява възможностите на модела на Коук, но според Хикс (1994) този подход генерира пет съществени усложнения, свързани с прилагането на метода на най-малките квадрати (ОНМК). Разрешаването на тези проблеми стана причина за разработването на три алтернативни категории оценители: 1) подобрени методи за оценка на най-малките квадрати; 2) методи с хетерогенни параметри на отсечката; 3) методи с хетерогенни параметри на наклона.

Въпреки разнообразието от оценители на моделите с комбинирани данни, статистиките нямат категорично становище относно техните качества. Един от основните въпроси, станал повод за дебати например, е идеята на Бек и Кац за използване на метода ОНМК с ПКСГ (1995), вместо предлагания от Паркс и Кмента подход, включващ ГНМК и ВГНМК. Според Бек и Кац свръхдоверието в стандартните грешки прави метода Паркс-Кмента безполезен, освен в случаите, когато времевите единици надвишават пространствените. Магала и др. (1997) оправдават

критиките на Бек и Кац спрямо метода Паркс-Кмента, но не и предлаганото от тях решение. „Както е добре известно в модели с лагови зависими променливи при проява на времева корелация на грешките ОНМК методите не дават коректни оценки“ [Магала и др., 1997, с. 3]. Така проблемът на метода ОНМК с ПКСГ е не само в коректността на оценките на стандартните грешки, но и в тази на оценките на параметрите. Анализът на Бек и Кац се категоризира като „какво не трябва да се прави“ в присъствието на лагови зависими променливи.

Друга тема, която е пряко свързана с оценката на енергийното потребление, са предпочитанията към ПЕ или СЕ метода. Най-важният аргумент за избора между двата метода е вероятността за корелация между пространствените и/или времевите характеристики и независимите променливи [Кмента, 1986, с. 634]. При съмнения за корелация между напречните сечения и независимите променливи може да се тестира нулевата хипотеза, че такава корелация не съществува срещу алтернативната хипотеза, че корелация съществува (например тестът на Хаусер). Ако нулевата хипотеза е изпълнена, $E(X_{it}, u_i) = 0$, ГНМК оценката на μ по метода на случайните ефекти СЕ няма да се различава съществено от ОНМК оценката на μ по метода на постоянните ефекти ПЕ. Приемайки, че останалите класически допускания не са нарушени, различните от нула стойности на $E(X_{it}, u_i)$ са индикатор за статистически значима разлика между двата оценителя [Кмента, 1986, с. 635]. Формално този тест е тест за равенството на коефициентите, оценени с методите на постоянните и случайните ефекти. Когато коефициентите се отличават съществено един от друг, или моделът не е конструиран (специфициран) правилно, или допускането, че случайните ефекти u_i се корелират с регресорите X_{it} не е коректно.

В редица икономически и политически модели постоянните ефекти причиняват сериозни иконометрични проблеми, затова се поставя въпросът, дали изобщо постоянните ефекти трябва да се анализират. Основният проблем е, че в тези модели участват голям брой независими променливи, които се изменят бавно във времето, и затова постоянните ефекти са силно колинеарни с някои от тях. Според Гарет и Мичел (1999) все пак пропусъкът на постоянните ефекти от анализаторите е грешка. Ако един от регресорите например варира слабо спрямо времето, но съществено спрямо страните, и ако включването на гъми променлива променя посоката, размера и статистическата значимост на регресора, коректно би било тези гъми да участват в анализа. В крайна сметка анализаторът трябва да прецени дали допълнителната променлива е част от историческите особености на съответната страна, които влияят върху зависимата променлива, и не се припокрива с някои от времевите и пространствените регресори.

Относно избора на метод за оценка на хетерогенните параметри Хсайо [1986, с. 136] твърди, че определящият аргумент е дали интерпретациите на анализатора са зависими от индивидуалните характеристики на пространствените единици, или не. В първия случай се използва модел с постоянни коефициенти, а във втория – модел със случайни коефициенти (МСК). Според Магала и др. (1997) МСК оценителят на Суоми (1970), с характерния двустъпков подход, е сравнително ефективен само когато не участват лагови стойности на зависимите променливи. Затова авторите дават предпочитанията си на т.нар. свити оценители, които включват итеративни процедури и емпиричния модел на Бейз и които могат да бъдат обосновани с методологичната рамка на Бейз.

Основната разлика между подхода на Бейз и конвенционалната статистика е, че вероятностното разпределение се дефинира на база субективната преценка на анализатора, а не на обективните дадености. Имайки предвид, че субективното вероятностно разпределение предполага стохастични процеси, които обаче невинаги са реални или трудно се описват, подходът на Бейз стои по-близо до сравнителния икономически анализ.

Магала, Ли и Стривастава (1994) сравняват различните методи за оценяване на комбинирани ДРНС данни и заявяват, че по отношение на прогнозните качества свитите оценители превъзхождат всеки един от хомогенните и хетерогенните методи. Нещо повече, тези методи предлагат най-доброто решение за баланса между институционалната икономика и спецификацията на регресионните модели.

Използването на свити оценители показва също, че основният методологичен въпрос при ДРНС данни е внимателното конструиране на регресионния модел.

В емпиричния анализ на търсенето на природен газ от домакинствата в следващата глава сме приложили голяма част от дискутираните тук оценители. Изборът и отношението към тези методи все пак зависи не от мотивите за тяхното построяване, а от крайните резултати. От предложените единадесет оценители на базата на комбинирани ДРНС данни първите шест са хомогенни спрямо коефициентите на наклона: обикновеният метод на най-малките квадрати (ОНМК); генерализираният метод на най-малките квадрати (ГНМК) с авторегресионна грешка от първи ред (ГНМК-АР1); методът на случайните ефекти (СЕ); методът на случайните ефекти

с авторегресионна грешка (СЕ-АР1); методът на постоянните ефекти (ПЕ); методът на постоянните ефекти с показател за авторегресионна грешка от първи ред (ПЕ-АР1). Освен тях, участват още пет хетерогенни метода: методът на случайните коефициенти (МСК); индивидуалните ОНМК и ГНМК-АР1 оценители за всяка отделна страна и съответстващите им *итеративни свити оценители*, използващи за първоначални стойности индивидуалните ОНМК и ГНМК-АР1 оценки.

За дефинирането на доверителните интервали са използвани методите гелта и бутстрап.

Литература

1. Астахов, А., Г. Краснянский, Ю Малышев, А. Яновский, Экономика горного предприятия: горная микроэкономика, Академии горных наук, Москва, 1997.
2. Бакърджиев, Св., Практиката в математичната геология, ИК „Св. Ив. Рилски“, С., 1994.
3. Бояджиев, М., Перспективи и предизвикателства пред газовия пазар в България след присъединяването към ЕС, БАПГ, www.naturalgas.bg, 2007.
4. Бояджиев, М., Газовият ОПЕК – Възможности и перспективи, БАПГ, www.naturalgas.bg, 2008.
5. Бранкова, Б., П. Златанов, Анализ на риска при икономическа оценка на минните инвестиции, Годишник на МГУ „Св. Рилски“, 2003, с. 35-39.
6. Брешков, Ив., П. Кавалов, Транспорт и енергия в ЕС, УИ „Стопанство“, С., 2004.

7. Георгиев, ИВ., Основи на инвестирането, Отворено общество, 1995.
8. Кобахидзе, Л., Экономика геолого-разведочные отрасли, Негра, Москва, 1990.
9. Миркович, К., Математическа икономия, ч. 1, УИ „Стопанство“, С., 1991.
10. Мамеев, Е., Структура и управление на икономическата система, Наука и изкуство, С., 1987.
11. Николов, Г., Транспорт и съхранение на нефт и газ, С., 1993.
12. Николов, Н., Финансови изчисления, Princesps, Варна, 1994.
13. Орешарски, Пл., Анализ и управление на инвестициите, ИК „Люрен“, С., 1997.
14. Тодоров, А., Автоматизирани системи за управление в минната промишленост, Техника, 1986.
15. Andrews, D., M. Buchinsky, A Three-step Method for Choosing the Number of Bootstrap Repetitions, *Econometrica* 68(1), 23-51, 2000.
16. Atkinson, J., N. Manning, A Survey of International Energy Elasticities, Chapter 3, 47–105, *Global Warming and Energy Demand*, London: Routledge, 1995.
17. Balestra, P., The Demand for Natural Gas in the United States, *Contributions to Economic Analysis*;46, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1967.
18. Baltagi, B., *Econometric Analysis of Panel Data*, 2. edition edn, John Wiley, Chichester, 2001.
19. Baltagi, B., G. Bresson, J. Griffin, and A. Pirotte, Homogeneous, Heterogeneous or Shrinkage Estimators? Some Empirical Evidence from French Regional Gasoline Consumption, *Empirical Economics* 28, 792-811, 2003.
20. Baltagi, B., J. Griffin, Pooled Estimators v.s. their Heterogeneous Counterparts in the Context of Dynamic Demand for Gasoline, *Journal of Econometrics* 77, 303-327, 1997.
21. Baltagi, B., J. Griffin, W. Xiong, To Pool or not to Pool: Homogeneous versus Heterogeneous Estimators Applied to Cigarette Demand, *The Review of Economic and Statistics* 82(1), 117-126, 2000.
22. Beck, N., Issues in the Analysis of Time-Series Cross-Section Data in the Year 2000, University of California, Manuscript, 2000.
23. Beck, N., J. Katz, What To Do (and Not To Do) with Time-Series Cross-Section Data, *American Political Journal Review*, 89, 634-647, 1995.
24. Beck, N., J. Katz, Nuisance vs. Substance: Specifying and Estimating Time-Series-Cross-Section Models, *Political Analysis*, 6, 1-36, 1996.
25. Beck, N., J. Katz, Lumpers and Splitters United: The Random Coefficients Model, Presented at the annual meeting of the Methodology Political Group, Ann Arbor, Michigan, 1997.
26. Beck, N., J. Katz, Taking Time Seriously: Time-Series-Cross-Section Analysis with a Binary Dependent Variable, *American Journal of Political Sciences*, 42(4), 1260-1288, 1998.
27. Beck, N., J. Katz, Random Coefficient Models for Time-Series-Cross-Section Data, Social Science Working Paper 1205, Division of the Humanities and Social sciences, California Institute of Technology, Sept., 2004.

28. Beck, N., J. Katz, M. Alvarez, G. Garrett and P. Lange, Government Partisanship, Labor Organization, and Macroeconomic Performance, *American Political Journal Review*, 67(4), 945-948, 1993.
29. Blattberg, R., E. George, Shrinkage estimation of price and promotional elasticities: Seemingly unrelated equations, *Journal of the American Statistical Association* 86(414), 304-315, 1991.
30. Bohi, D., *Analyzing Demand Behavior: A Study of Energy Elasticities* Baltimore, The Johns Hopkins University Press, 1981.
31. Bohi, D., M. Zimmerman, An Update on Econometric Studies of Energy Demand Behavior, *Annual Review of Energy* 9, 105-154, 1984.
32. Chernick, M., *Bootstrap Methods: A Practitioner's Guide*, Wiley, New York, 1999.
33. Dixit, A., *Optimization in Economic Theory*, 2. edition edn, Oxford University Press, New York, 1990.
34. Efron, B., Better Bootstrap Confidence Intervals, *J. Amer. Statist. Assoc.* 82(397), 171-200, 1987.
35. Efron, B., R. Tibshirani, *An Introduction to the Bootstrap*, Vol. 57 of *Monographs on Statistics and Applied Probability*, Chapman and Hall, New York, 1993.
36. Freedman, D., S. Peters, Pooled Estimators v.s. their Heterogeneous Counterparts in the Context of Dynamic Demand for Gasoline, *Journal of the American Statistical Association* 79(385), 97-106, 1984.
37. Griffin, J., *Energy Conservation in the OECD, 1980 to 2000*/James M.Griffin, Ballinger Pub. Co., Cambridge, Mass., 1979.
38. Greene, W., *Econometric Analysis*, 5, edition edn, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J, 2003.
39. Gruber, M., *Improving Efficiency by Shrinkage*, Vol. 156 of *Statistics: Textbooks and Monographs*, Marcel Dekker Inc., New York, 1998.
40. Hall, P., *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*, Springer-Verlag, New York, 1992.
41. Hausman, J., Specification Tests in Econometrics, *Econometrica* 46(6), 1251-1271, 1978.
42. Hicks, A., Introduction to Pooling, in T. Janoski and A. Hicks (edited by), *The Comparative Political Economy of the Welfare State*, Cambridge University Press, 1994.
43. Hoerl, A., R. Kennard, Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems, *Technometrics* 12(1), 55-67, 1970.
44. Hsiao, C., *Analysis of Panel Data*, Cambridge University Press, 1986.
45. Hu, W., G. Maddala, Estimation and Prediction Problems in Dynamic Heterogeneous panel Data Models, Working Paper, Ohio State University, Dept. of Economics, 1994.
46. IE, *Energy Statistics and Energy Balances*, Paris: The International Energy Agency (IEA), 2007.
47. IMF *International financial statistics*, Yearbook, Washington, D.C.: The International Monetary Fund (IMF), 2007.
48. Jeong, J., G. Maddala, A Perspective on Application of Bootstrap Methods in Econometrics, in "Econometrics", Vol. 11 of *Handbook of Statist.*, North-Holland, Amsterdam, 573-610, 1993.

49. Judge, G., M. Bock, The Statistical Implications of Pre-test and Stein-rule Estimators in Econometrics, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1978.
50. Judge, G., W. Griffiths, R. Hill, H. Lutkepohl and T. Lee, The Theory and Practice of Econometrics, New York, Wiley, 2nd Ed, 1985.
51. Kadiyala, K., D. Oberhelman, Estimation of Actual Realizations in Stochastic Parameter Models, in "Bayesian Inference and Decision Techniques", Vol. 6 of Stud. Bayesian Econometrics Statist., North-Holland, Amsterdam, 363-373, 1986.
52. Kittel, B., Sense and Sensitivity in Pooled Analysis in Political Data, European Journal of Political Research, 35(2), 225-253, 1999.
53. Kmenta, J., Elements of Econometrics, New York: Macmillan, 1971.
54. Kmenta, J., Recent Developments in Quantitative Comparative Methodology Elements of Econometrics, New York: Macmillan; London: Collier Macmillan, 2nd Ed, 1986.
55. Koyck, L., Distributed Lags and Investment Analysis, Amsterdam: North-Holland, 1954.
56. Maddala, G., To Pool or not to Pool: That is the Question, Journal of Quantitative Economics 7(2), 255-263, 1991.
57. Maddala, G., H. Li, V. Srivastava, A Comparative Study of Different Shrinkage Estimators for Panel Data Models, Annals of Economics and Finance 2, 1-30, 1994.
58. Maddala, G., R. Trost, H. Li, and F. Joutz, Estimation of Short-run and Long-run Elasticities of Energy Demand from Panel Data Using Shrinkage Estimators, Journal of Business & Economics Statistics 15(1), 90-100, 1997.
59. Madlener, R., Econometric Analysis of Residential Energy Demand: A Survey, Journal of Energy Literature 2, 3-32, 1996.
60. Parks, R., Efficient Estimation of a System of Regression Equation When Disturbance are Both Serially and Contemporaneously Correlated, Journal of the American Statistical Association, 62, 500-509, 1967.
61. Phillips, P., D. Sul, Dynamic panel Estimation and Homogeneity Testing under Cross Section Dependence, Econometrica 6, 217-259, 2002.
62. Pindyck, R., The Structure of World Energy Demand, Cambridge, Mass.: MIT Press, 1979.
63. Rao, C., Simultaneous Estimation of Parameters in Different Linear Models and Applications to Biometric Problems, Biometrics 31, 545-554, 1975.
64. Robert, C., The Bayesian Choice: from Decision-theoretic Foundations to Computational Implementation, Springer, New York, 2001.
65. Robertson, D., J. Symons, Some Strange Properties of Panel Data Estimators, Journal of Applied Econometrics 7(2), 175-189, 1992.
66. Stimson, J., Regression in Space and Time: A Statistical Essay, American Journal of Political Sciences, 29(4), 914-947, 1985.
67. Swamy, P., Efficient Inference in a Random Coefficients Regression Model, Econometrica, 32, 313-323, 1970.
68. Vinod, H., Bootstrap Methods: Applications in Econometrics, in Econometrics, Vol. 11 of Handbook of Statist., North-Holland, Amsterdam, 629-661, 1993.

69. Vinod, H., Double Bootstrap for Shrinkage Estimators, *Journal of Econometrics* 68, 287-302, 1995.
70. Vinod, H., B. McCullough, Bootstrapping Demand and Supply Elasticities: The Indian Case, *Journal of Asian Economics* 5(3), 367-379, 1994.
71. Wallace, T., A. Hussain, The Use of Error Components Models in Combining Cross section with time series data, *Econometrica* 37, 55-72, 1969.
72. Western, B., Causal Heterogeneity in Comparative Research: A Bayesian Hierarchical Modeling Approach, *American Journal of Political Sciences*, 42(4), 1233-1259, 1998.
73. Western, B., S. Jackman, Bayesian Inference for Comparative Research, *American Political Journal Review*, 88(2), 412-423, 1994. **TA**