

Динамичен детерминиран факторен анализ по усреднения метод на верижните замествания

Веселин Митев*

Резюме: В настоящата статия е представена приложимостта на усреднения метод на верижните замествания за извършване на динамичен детерминиран факторен анализ. Усредненият метод на верижните замествания е единственият универсален и точен метод на детерминиран факторен анализ на кратни факторни модели, а също така и на факторни модели, съдържащи кратен елемент. В статията е представена систематизация в табличен вид на изведените от автора стари и нови математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите факторни променливи върху изменението на резултативния показател за всички видове детерминирани факторни модели, съдържащи до четири броя факторни променливи. Целта на настоящата статия е да се разкрият приложимостта и точността на усреднения метод на верижните замествания за

нуждите на динамичния детерминиран факторен анализ.

Ключови думи: количествени методи, динамичен детерминиран факторен анализ, усреднен метод на верижните замествания.

JEL: C38, C58.

Въведение

Изследването на икономическите явления, процеси и резултати е невъзможно без приложението на количествените методи за икономически анализ.

На макро и на микроикономическо равнище са описани множество икономически модели, представящи връзката между участващите факторни променливи и резултативния показател.

Динамичният детерминиран факторен анализ (ДФА) представлява приложение на методите на ДФА за изследване на изменението на резултативния показател, при което анализираният период се разчленява (разделя) на съдържащите се в него подпериоди. Това

* Веселин Митев е доктор, доцент в катедра „Икономика и управление“ на МГУ „Св. Иван Рилски“ – София.

определя важното приложно значение на изследване на количественото влияние на изменението на участващите факторни променливи (фактори) върху изменението на резултативните икономически показатели през анализирания период.

Детерминираният факторен анализ служи за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния върху абсолютното изменение на изследвания резултативен показател при математически детерминирани факторни модели. Той се основава на приложението на разработените в икономическата наука методи на ДФА.

Усъвършенстването на методите за ДФА е ключова цел на икономическия анализ. Колкото по-точно са определени количествените влияния на изменението на факторните променливи върху изменението на резултативния показател в конкретен математически модел, толкова по-точни са резултатите от анализа и качеството на взетите управленски решения. Без задълбочено и цялостно проучване на прякото количествено въздействие на изменението на участващите фактори върху абсолютното изменение на резултативния показател през анализирания период води до необосновани заключения и предприемане на грешни управленски решения и действия.

Видовете детерминирани факторни модели зависят от вида на математическата зависимост, описваща връзката между резултативния показател (P) и участващите факторни променливи

(a, b, c, \dots) в математически детерминирани факторен модел.

В теорията и практиката на ДФА са познати следните видове факторни модели:

- адитивни или разликови – при тях резултативният показател е сума или разлика от участващите факторни променливи, а именно: $P = a \pm b \pm \dots$;
- мултипликативни – при тях резултативният показател представлява произведение от участващите факторни променливи, а именно: $P = a * b * \dots$;
- кратни (относителни) – при тях резултативният показател е частно между участващите факторни променливи, а именно:

$$P = \frac{a}{b}, P = \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{b}, P = \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}, P = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c};$$

- смесени (комбинирани) – представляват комбинация от адитивните или разликовите, мултипликативните и кратните факторни модели и съответно могат да бъдат: мултипликативно-кратни, адитивно или разликово-кратни, или адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели.

За количествено определяне на влиянията на участващите фактори в математически детерминирани факторни модели са разработени следните методи на ДФА: диференциален; коефициентен; на верижните замествания; на абсолютните разлики; на относителните разлики; на дяловото участие; на просто добавяне на неразложимия

остатък; на претеглената крайна разлика; логаритмичен; на разделяне на прираста на фактори; интегрален и индексен.

Всичките методи на ДФА са подробно представени в научната литература в областта на икономическия анализ. Всеки един от методите на ДФА притежава разработена методика, конкретно приложение, ограничения, възможности, предимства и недостатъци. За съжаление, горепосочените методи не постигат точност и еднозначност при разпределението на т.нар. „неразложим остатък“ между индивидуалните количествени влияния на факторните променливи върху абсолютното изменение на резултативния показател. Този „неразложим остатък“ е вследствие на едновременното (съчетаното) изменение на факторните променливи при съществуването на мултипликативен или кратен елемент в анализирания факторен модел.

Възможностите за приложение, предимствата и недостатъците на различните методи на ДФА по видовете факторни модели подробно са описани от Митев (Митев, 2020, 2021).

Отскоро е разработен и представен от автора един нов метод на ДФА, който е с наименование усреднен метод на верижните замествания.

Извършването на динамичен ДФА е възможно по метода на верижните

замествания за всички видове факторни модели и по интегралния метод за мултипликативните факторни модели, а също и за силно ограниченият кръг адитивно-кратни, за които са разработени математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния.

Методът на верижните замествания е приложим за всички видове факторни модели, но той допуска т.нар. „стъпаловидно разпределение“ на „неразложимия остатък“. При промяна на реда на заместване на старите с новите стойности на факторните променливи при построяване на факторните вериги се получават нееднозначни резултати за индивидуалните факторни влияния, което е основният недостатък на метода.

Интегралният метод дава точни и еднозначни резултати, но единствено при мултипликативните факторни модели. При кратни факторни модели или модели, които съдържат кратен елемент в тях, точността на получените резултати е силно компрометирана от участието на функцията натурален логаритъм при определяне на влиянието на фактора (а) в числителя, а впоследствие и определянето на останалите факторни влияния в знаменателя на факторния модел (Митев, 2021, с. 132).

Практическото приложение на интегралния метод за извършване на динамичен ДФА за мултипликативни факторни модели са представени в разработките на следните автори: С.В. Чеботарев (Чеботарёв, 2001); Е.А. Филатов (Filatov, 2013a, 2013b, 2018, 2021); Е.А. Филатов и Л.Г. Рудых (Filatov and Rudykh, 2014, 2020) и М.В. Матвеева и Е.А. Филатов (Matveeva and Filatov, 2021).

Тук трябва да споменем, че основната част от икономическите и финансовите показатели имат кратни факторни модели или съдържат кратен елемент в тях.

Единственият универсален и точен метод на ДФА за определяне на количественото влияние на участващите факторни променливи върху резултативния показател при наличие на кратен елемент във факторния модел е разработеният и представен от автора. Той е с наименование усреднен

метод на верижните замествания (Митев, 2020, 2021).

Математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания

На таблица 1 е представена в табличен вид извършената систематизация на видовете факторни модели (общо 42 бр.) и изведените до момента от автора 153 броя математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател по усреднения метод на верижните замествания. Систематизацията на математическите изрази е извършена по видове факторни модели, а именно: мултипликативни; кратни; адитивно или разликово-мултипликативни; мултипликативно-кратни; адитивно или разликово-кратни; адитивно или разликово-мултипликативно-кратни.

Таблица 1. Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\frac{\Delta a}{\Delta P(a)}$	Влияние на фактора b , $\frac{\Delta b}{\Delta P(b)}$	Влияние на фактора c , $\frac{\Delta c}{\Delta P(c)}$	Влияние на фактора d , $\frac{\Delta d}{\Delta P(d)}$
Мультипликативни факторни модели				
$P = a * b$	$\frac{\Delta a}{2} (b_0 + b_1)$	$\frac{\Delta b}{2} (a_0 + a_1)$	-	-
$P = a * b * c$	$\frac{\Delta a}{3} (b_0 \cdot c_0 + b_1 \cdot c_1 + \frac{b_1 \cdot c_0 + b_0 \cdot c_1}{2})$	$\frac{\Delta b}{3} (a_0 \cdot c_0 + a_1 \cdot c_1 + \frac{a_1 \cdot c_0 + a_0 \cdot c_1}{2})$	$\frac{\Delta c}{3} (a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_1 + \frac{a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{2})$	-
$P = a * b * c * d$	$\frac{\Delta a}{4} (b_0 \cdot c_0 \cdot d_0 + b_1 \cdot c_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta a}{12} (b_1 \cdot c_0 \cdot d_0 + b_0 \cdot c_1 \cdot d_0 + b_0 \cdot c_0 \cdot d_1 + b_1 \cdot c_1 \cdot d_0 + b_1 \cdot c_0 \cdot d_1 + b_0 \cdot c_1 \cdot d_1)$	$\frac{\Delta b}{4} (a_0 \cdot c_0 \cdot d_0 + a_1 \cdot c_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta b}{12} (a_1 \cdot c_0 \cdot d_0 + a_0 \cdot c_1 \cdot d_0 + a_0 \cdot c_0 \cdot d_1 + a_1 \cdot c_1 \cdot d_0 + a_1 \cdot c_0 \cdot d_1 + a_0 \cdot c_1 \cdot d_1)$	$\frac{\Delta c}{4} (a_0 \cdot b_0 \cdot d_0 + a_1 \cdot b_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta c}{12} (a_1 \cdot b_0 \cdot d_0 + a_0 \cdot b_1 \cdot d_0 + a_0 \cdot b_0 \cdot d_1 + a_1 \cdot b_1 \cdot d_0 + a_1 \cdot b_0 \cdot d_1 + a_0 \cdot b_1 \cdot d_1)$	$\frac{\Delta d}{4} (a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 + a_1 \cdot b_1 \cdot c_1) + \frac{\Delta d}{12} (a_1 \cdot b_0 \cdot c_1 + a_0 \cdot b_1 \cdot c_0 + a_0 \cdot b_0 \cdot c_1 + a_1 \cdot b_1 \cdot c_0)$
Кратни факторни модели				
$P = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} (\frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1})$	$\frac{a_1 + a_0}{2} (\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0})$	-	-
$P = \frac{a}{b} = \frac{a * c}{b * c}$ ($b \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} (2c_0 + c_1 + \frac{2c_1 + c_0}{b_1})$	$\frac{2(a_1 c_1 + a_0 c_0) + a_1 c_0 + a_0 c_1}{6} (\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0})$	$\frac{\Delta c}{6} (2a_0 + a_1 + \frac{2a_1 + a_0}{b_1})$	-
$P = \frac{a}{b} = \frac{a}{b * c}$ ($b \neq 0, c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} (\frac{2}{b_0 c_0} + \frac{2}{b_1 c_1} + \frac{1}{b_1 c_0} + \frac{1}{b_0 c_1})$	$\frac{1}{6} (\frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_0} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_1})$	$\frac{1}{6} (\frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_0} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_1})$	-
$P = \frac{a}{b} = \frac{a * d}{b * c}$ ($b \neq 0, c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} (\frac{3d_0 + d_1}{b_0 c_0} + \frac{3d_1 + d_0}{b_1 c_1} + \frac{d_0 + d_1}{b_1 c_0} + \frac{d_0 + d_1}{b_0 c_1})$	$\frac{1}{12} (\frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_1} - \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_0} + \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_0} - \frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_1})$	$\frac{1}{12} (\frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_1} - \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_0} + \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_0} - \frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_1})$	$\frac{\Delta d}{12} (\frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_0})$

Продължение на таблица 1
Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликос-мултипликативни факторни модели</i>				
$P = a(b + c)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	-
$P = a(b - c)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	
$P = a(b + c + d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1 + d_0 + d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b - c - d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1 - d_0 - d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b + c - d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1 - d_0 - d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b - c + d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1 + d_0 + d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$

Продължение на таблица 1
Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
Мультипликативно-кратни факторни модели				
$P = \frac{a}{b * c}$ ($b \neq 0; c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{b_0 c_0} + \frac{2}{b_1 c_1} + \frac{1}{b_1 c_0} + \frac{1}{b_0 c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1 + a_0}{b_0 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_1 c_0} \right)$	-
$P = \frac{a * b}{c}$ ($c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2b_0 + b_1}{c_0} + \frac{2b_1 + b_0}{c_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2a_0 + a_1}{c_0} + \frac{2a_1 + a_0}{c_1} \right)$	$\frac{2(a_1 b_1 + a_0 b_0) + a_1 b_0 + a_0 b_1}{6} \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a}{b * c * d}$ ($b \neq 0; c \neq 0; d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3}{b_0 c_0 d_0} + \frac{b_1 c_1 d_1}{1} + \frac{1}{b_1 c_0 d_0} + \frac{1}{b_0 c_1 d_1} + \frac{1}{b_0 c_0 d_1} + \frac{1}{b_1 c_1 d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_1} - \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_0} + \frac{b_1 c_0 d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_0 d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 c_1 d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_1 d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 c_0 d_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_0 d_1}{a_0 + a_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3a_1 + a_0}{b_0 c_0 d_0} - \frac{3a_0 + a_1}{b_1 c_1 d_1} + \frac{b_1 c_0 d_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_0 d_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 c_1 d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_1 d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 c_0 d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_0 d_0}{a_0 + a_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_1} - \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_0} + \frac{b_1 c_1 d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_1 d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 c_0 d_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_0 d_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 c_1 d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 c_1 d_0}{a_0 + a_1} \right)$
$P = \frac{a * b * c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3b_0 c_0 + b_1 c_0 + b_0 c_1 + b_1 c_1}{d_0} + \frac{b_1 c_1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left(\frac{3a_0 c_0 + a_1 c_0 + a_0 c_1 + a_1 c_1}{d_1} + \frac{a_0 c_0}{d_0} \right)$	$\frac{\Delta c}{12} \left(\frac{3a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1 + a_1 b_1}{d_1} + \frac{a_0 b_0}{d_0} \right)$	$\frac{3(a_0 b_0 c_0 + a_1 b_1 c_1) + a_1 b_1 c_0 + a_1 b_0 c_1 + a_0 b_0 c_0 + a_0 b_1 c_1}{12} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a * b}{c * d}$ ($c \neq 0; d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3b_0 + b_1}{c_0 d_0} + \frac{3b_1 + b_0}{c_1 d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_0 d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left(\frac{3a_0 + a_1}{c_0 d_1} + \frac{3a_1 + a_0}{c_1 d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_1} - \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_1} + \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_0} - \frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_1} - \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_1} + \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_0} - \frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_0} \right)$

Продължение на таблица 1
Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
Адитивно или разликowo-кратни факторни модели				
$P = \frac{a}{b+c}$ ($b+c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{b_0+c_0} + \frac{2}{b_1+c_1} + \frac{1}{b_1+c_0} + \frac{1}{b_0+c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1+a_0}{b_1+c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_1+c_0} - \frac{2a_1+a_0}{b_0+c_1} - \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1+a_0}{b_1+c_0} + \frac{2a_0+a_1}{b_1+c_1} - \frac{2a_1+a_0}{b_0+c_0} - \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_1} \right)$	-
$P = \frac{a}{b-c}$ ($b-c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{b_0-c_0} + \frac{2}{b_1-c_1} + \frac{1}{b_1-c_0} + \frac{1}{b_0-c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1+a_0}{b_1-c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_1-c_0} - \frac{2a_1+a_0}{b_0-c_1} - \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1+a_0}{b_1-c_0} + \frac{2a_0+a_1}{b_1-c_1} - \frac{2a_1+a_0}{b_0-c_0} - \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_1} \right)$	-
$P = \frac{a+b}{c}$ ($c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta b}{c_0} + \frac{\Delta b}{c_1} \right)$	$\frac{a_1+a_0+b_1+b_0}{2} \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a-b}{c}$ ($c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{c_0} - \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{b_0-b_1}{2} \left(\frac{1}{c_0} - \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{a_1+a_0-b_1-b_0}{c_1} - \frac{a_1+a_0-b_1-b_0}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a+b}{c+d}$ ($c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{1}{c_0+d_1} + \frac{1}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2\Delta b}{c_0+d_0} + \frac{2\Delta b}{c_1+d_1} + \frac{\Delta b}{c_0+d_1} + \frac{\Delta b}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_1} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_0} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_1} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_0} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_1+d_0} \right)$

Продължение на таблица 1
Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P(a)$	Влияние на фактора b , $\Delta P(b)$	Влияние на фактора c , $\Delta P(c)$	Влияние на фактора d , $\Delta P(d)$
$P = \frac{a-b}{c-d}$ ($c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{2}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{-\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{2}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_0-d_0} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_0-d_0} \right]$
$P = \frac{a+b}{c-d}$ ($c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{2}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{2}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_0+d_0} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_0+d_0} \right]$
$P = \frac{a-b}{c+d}$ ($c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{2}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{-\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{2}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_0+d_0} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_0+d_0} \right]$
$P = \frac{a}{b+c+d}$ ($b+c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3}{b_1+c_1+d_1} + \frac{1}{b_1+c_1+d_1} + \frac{1}{b_1+c_1+d_0} + \frac{1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{1}{b_1+c_1+d_0} + \frac{1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{1}{b_1+c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1+c_1+d_0} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1+c_1+d_0} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1+c_1+d_0} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} \right)$

Продължение на таблица 1
Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P(a)$	Влияние на фактора b , $\Delta P(b)$	Влияние на фактора c , $\Delta P(c)$	Влияние на фактора d , $\Delta P(d)$
Аддитивно или разликово-кратни факторни модели				
$P = \frac{a}{b-c-d} \neq 0$ ($b-c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 - d_1} + \frac{3}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 - d_1} + \frac{3}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 - d_1} + \frac{3}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} \right)$
$P = \frac{a}{b-c+d} \neq 0$ ($b-c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 + d_1} + \frac{3}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 + d_1} + \frac{3}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 + d_1} + \frac{3}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 + d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} \right)$
$P = \frac{a}{b+c-d} \neq 0$ ($b+c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 + c_1 - d_1} + \frac{3}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 + c_1 - d_1} + \frac{3}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 + c_1 - d_1} + \frac{3}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 + c_1 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} \right)$

Продължение на таблица 1
 Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
Аддитивно или разликово-кратни факторни модели				
$P = \frac{a+b+c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta c}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 + b_0 + b_1 + c_0 + c_1}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a-b-c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$-\frac{\Delta b}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$-\frac{\Delta c}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 - b_0 - b_1 - c_0 - c_1}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a+b-c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$-\frac{\Delta c}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 + b_0 + b_1 - c_0 - c_1}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a-b+c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$-\frac{\Delta b}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta c}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 - b_0 - b_1 + c_0 + c_1}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$

Продължение на таблица 1
 Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P(a)$	Влияние на фактора b , $\Delta P(b)$	Влияние на фактора c , $\Delta P(c)$	Влияние на фактора d , $\Delta P(d)$
Адитивно или разликowo-мултипликативно-кратни факторни модели				
$P = \frac{a+b}{c*d}$ ($c \neq 0; d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_1} - \frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_1} - \frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_0} \right)$
$P = \frac{a-b}{c*d}$ ($c \neq 0; d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$-\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_1} - \frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_1} - \frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_0} \right)$
$P = \frac{a*b}{c+d}$ ($c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3 \cdot b_0 + b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot b_1 + b_0}{c_1 + d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_0 + d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 + d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left(\frac{3 \cdot a_0 + a_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{c_1 + d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_0 + d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_1 + d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_1} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_1} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_0} \right)$
$P = \frac{a*b}{c-d}$ ($c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3 \cdot b_0 + b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot b_1 + b_0}{c_1 - d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_0 - d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 - d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left(\frac{3 \cdot a_0 + a_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{c_1 - d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_0 - d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_1 - d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_0} \right)$

Продължение на таблица 1
Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Аддитивно или разликowo-мултипликативно-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a(b+c)}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left[\frac{2(b_0 + c_0) + b_1 + c_1}{2(b_1 + c_1) + b_0 + c_0} + \frac{d_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta b}{6} \left[\frac{2a_0 + a_1}{2a_1 + a_0} + \frac{d_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta c}{6} \left[\frac{2a_0 + a_1}{2a_1 + a_0} + \frac{d_0}{d_1} \right]$	$\left[\frac{(2a_0 + a_1)(b_0 + c_0)}{6} + \frac{1}{d_1} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right) \right]$
$P = \frac{a(b-c)}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left[\frac{2(b_0 - c_0) + b_1 - c_1}{2(b_1 - c_1) + b_0 - c_0} + \frac{d_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta b}{6} \left[\frac{2a_0 + a_1}{2a_1 + a_0} + \frac{d_0}{d_1} \right]$	$\frac{-\Delta c}{6} \left[\frac{2a_0 + a_1}{2a_1 + a_0} + \frac{d_0}{d_1} \right]$	$\left[\frac{(2a_0 + a_1)(b_0 - c_0)}{6} + \frac{1}{d_1} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right) \right]$
$P = \frac{a}{b(c+d)}$ ($b \neq 0$; $c + d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left[\frac{3}{b_0(c_0 + d_0) + b_1(c_1 + d_1)} + \frac{3}{b_1(c_1 + d_1)} + \frac{1}{b_1(c_0 + d_0)} + \frac{1}{b_0(c_0 + d_0)} \right]$	$\frac{3a_1 + a_0}{b_1(c_1 + d_1)} \left[\frac{3a_1 + a_0}{3a_0 + a_1} - \frac{b_0(c_0 + d_0)}{b_0(c_0 + d_0)} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1(c_1 + d_1)}{b_1(c_1 + d_1)} \right]$	$\frac{3a_1 + a_0}{b_1(c_1 + d_1)} \left[\frac{3a_1 + a_0}{3a_0 + a_1} - \frac{b_0(c_0 + d_0)}{b_0(c_0 + d_0)} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1(c_1 + d_1)}{b_1(c_1 + d_1)} \right]$	$\frac{3a_1 + a_0}{b_1(c_1 + d_1)} \left[\frac{3a_1 + a_0}{3a_0 + a_1} - \frac{b_0(c_0 + d_0)}{b_0(c_0 + d_0)} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1(c_1 + d_1)}{b_1(c_1 + d_1)} \right]$
$P = \frac{a}{b(c-d)}$ ($b \neq 0$; $c - d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left[\frac{3}{b_0(c_0 - d_0) + b_1(c_1 - d_1)} + \frac{3}{b_1(c_1 - d_1)} + \frac{1}{b_1(c_0 - d_0)} + \frac{1}{b_0(c_0 - d_0)} \right]$	$\frac{3a_1 + a_0}{b_1(c_1 - d_1)} \left[\frac{3a_1 + a_0}{3a_0 + a_1} - \frac{b_0(c_0 - d_0)}{b_0(c_0 - d_0)} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1(c_1 - d_1)}{b_1(c_1 - d_1)} \right]$	$\frac{3a_1 + a_0}{b_1(c_1 - d_1)} \left[\frac{3a_1 + a_0}{3a_0 + a_1} - \frac{b_0(c_0 - d_0)}{b_0(c_0 - d_0)} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1(c_1 - d_1)}{b_1(c_1 - d_1)} \right]$	$\frac{3a_1 + a_0}{b_1(c_1 - d_1)} \left[\frac{3a_1 + a_0}{3a_0 + a_1} - \frac{b_0(c_0 - d_0)}{b_0(c_0 - d_0)} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1(c_1 - d_1)}{b_1(c_1 - d_1)} \right]$

Разчленяване на анализирания период на подпериоди

Анализираният период се разчленява на съдържащите се в него подпериоди. Изменението на резултативния показател през анализирания период е представено чрез израза:

$$P_t = P_0, P_1, P_2, \dots, P_n, \quad (1)$$

където: P_t е стойност на резултативния показател за момент t , $t = 0, 1, 2, \dots, T$;

P_0 и P_n са съответно: стойност на резултативния показател в начало и край на анализирания период;

P_0 и P_1 са съответно: стойността на резултативния показател в начало и край на първия подпериод;

P_1 и P_2 са съответно: стойността на резултативния показател в начало и край на втория подпериод;

P_{t-1} и P_t са съответно: стойността на резултативния показател в начало и край на t -тия подпериод;

T е броят на подпериодите в анализирания период.

Измененията на резултативния показател (ΔP) и на участващите факторни променливи (Δa , Δb , ...) през анализиранияте подпериоди може да се представят чрез следните изрази:

$$\Delta P_t = P_t - P_{t-1}; \quad (2)$$

$$\Delta a_t = a_t - a_{t-1}; \quad (3)$$

$$\Delta b_t = b_t - b_{t-1}; \quad (4)$$

$$\Delta \dots_t = \dots_t - \dots_{t-1}; \quad (5)$$

където: t е индексът на $t^{\text{мама}}$ стойност на резултативния показател и на участващите факторни променливи във времето, $t = 0, 1, 2, \dots, T$;

t_0 и t_T са съответно: началото и края на целия анализиран период;

t_{t-1} и t_t са съответно: началото и края на $t^{\text{муя}}$ подпериод.

Индексът на $t^{\text{муя}}$ подпериод заема стойности от 1 до T ($t = 1, 2, 3, \dots, T$).

Оттук лесно може да се извърши динамичен ДФА на резултативния показател за целия период и по отделни подпериоди.

Динамичен ДФА на нетната рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

Показателят нетна рентабилност на приходите от продажби (PRS) има следния детерминиран факторен модел:

$$PRS_t = \frac{NFR_t}{NSR_t}, \quad (6)$$

където: NFR_t е нетният финансов резултат за периода t , хил. лв.;

NSR_t – нетните приходи от продажби за периода t , хил. лв.

Математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на двуфакторния кратен модел на нетната рентабилност на приходите от продажби, представени в таблица 1, се преобразуват в следния вид:

- за фактора нетен финансов резултат (NFR):

$$\Delta PRS(NFR)_t = \frac{\Delta NFR}{2} \left(\frac{1}{NSR_{t-1}} + \frac{1}{NSR_t} \right);$$

- за фактора нетни приходи от продажби (NSR):

$$\Delta PRS(NSR)_t = \frac{NFR_{t-1} + NFR_t}{2} \left(\frac{1}{NSR_t} - \frac{1}{NSR_{t-1}} \right).$$

Необходимите данни за извършване на динамичен ДФА на рентабилността на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017÷2021 г. са със свободен достъп и са взети от консолидираните годишни финансови отчети на

Икономически теории

предприятието, налични на сайта на Българска фондова борса (www.bse-sofia.bg).

Входящите данни и получените резултати от извършения динамичен ДФА на

показателя нетна рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017÷2021 г. са представени в таблица 2.

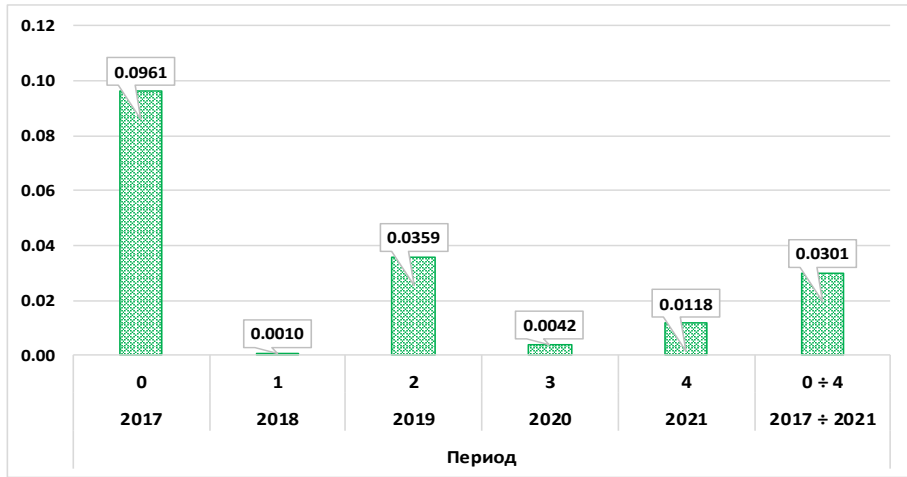
Таблица 2. Входящи данни и получени резултати от извършения детерминиран факторен анализ на показателя нетна рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017÷2021 г.

Показател	Входящи данни					
	Погперуог					
	2017	2018	2019	2020	2021	2017 + 2021
	0	1	2	3	4	0 ÷ 4
Нетен финансов резултат (NFR), хил.лв	31175	300	11870	1285	4397	49027
Нетни приходи от продажби (NSR), хил.лв	324529	294179	330776	304003	372954	1626441
Рентабилност на приходите от продажби ($PRS = \frac{NFR_t}{NSR_t}$)	0.0961	0.0010	0.0359	0.0042	0.0118	0.0301

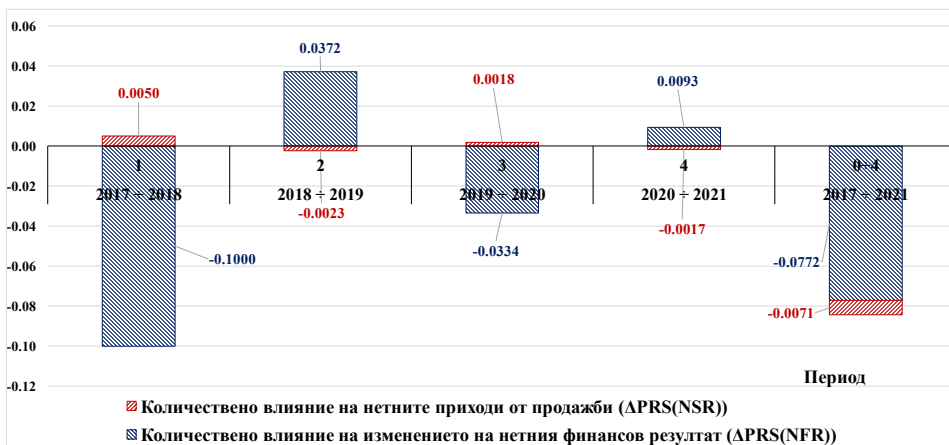
Показател	Получени резултати				
	Анализиран период				
	2017 + 2018	2018 + 2019	2019 + 2020	2020 + 2021	2017 + 2021
	1	2	3	4	0 ÷ 4
Абсолютно изменение на нетния финансов резултат ($\Delta NFR = NFR_t - NFR_{t-1}$), хил.лв	-30875	11570	-10585	3112	-26778
Относително изменение на нетния финансов резултат ($\%NFR = \Delta NFR * 100 / NFR_{t-1}$), %	-99.04%	3856.67%	-89.17%	242.18%	-85.90%
Абсолютно изменение на нетните приходи от продажби ($\Delta NSR = NSR_t - NSR_{t-1}$), хил.лв	-30350	36597	-26773	68951	48425
Относително изменение на рентабилността на приходите от продажби ($\%PRS = \Delta PRS * 100 / PRS_{t-1}$), %	-9.35%	12.44%	-8.09%	22.68%	14.92%
Абсолютно изменение на рентабилността на приходите от продажби ($\Delta PRS = PRS_t - PRS_{t-1}$)	-0.0950	0.0349	-0.0317	0.0076	-0.0843
Относително изменение на рентабилността на приходите от продажби ($\%PRS = \Delta PRS * 100 / PRS_{t-1}$), %	-98.94%	3418.90%	-88.22%	178.92%	-87.73%
Количествено влияние на изменението на нетния финансов резултат ($\Delta PRS_{(NFR)}$)	-0.1000	0.0372	-0.0334	0.0093	-0.0772
Относително влияние на нетния финансов резултат ($\%PRS = \Delta PRS_{(NFR)} * 100 / PRS_{t-1}$), %	-104.15%	3643.32%	-93.10%	219.79%	-80.32%
Количествено влияние на нетните приходи от продажби ($\Delta PRS_{(NSR)}$)	0.0050	-0.0023	0.0018	-0.0017	-0.0071
Относително влияние на изменението на нетните приходи от продажби ($\%PRS = \Delta PRS_{(NSR)} * 100 / PRS_{t-1}$), %	5.21%	-224.41%	4.88%	-40.87%	-7.41%
Комплексно влияние: $\Delta PRS = \Delta PRS_{(NFR)} + \Delta PRS_{(NSR)}$	-0.0950	0.0349	-0.0317	0.0076	-0.0843
Проверка: $\Delta PRS = \Delta PRS_{(NFR)} + \Delta PRS_{(NSR)}$	OK	OK	OK	OK	OK
Стойност на абсолютната грешка, $S_{\Delta PRS}$, лв./лв.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Проверка: $\%PRS = \%PRS_{(NFR)} + \%PRS_{(NSR)}$	Вярно	Вярно	Вярно	Вярно	Вярно
Стойност на относителната грешка, ϵ_{PRS_t} , %	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%

Извършената проверка за точността на изчислителните процедури е задължителна и тя включва сравняване на абсолютното изменение на резултативния показател дали е равно на сумата от двете факторни влияния. Проверката по отношение на относителната грешка се получава при сравняване на относителното изменение на резултативния

показател дали е равно на сумата от двете относителни факторни влияния. Получените абсолютна и относителна грешки през анализирания период са равни на нула, както се вижда от таблица 2. Това потвърждава точността, с която се характеризира усредненият метод на верижните замествания.



Фигура 1. Стойности на нетната рентабилност на приходи от продажби по подпериоди и за целия анализиран период



Фигура 2. Количествени влияния на нетния финансов резултат и на нетните приходи от продажби върху изменението на показателя нетна рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД по подпериоди и за целия период

Стойностите на нетната рентабилност на приходите от продажби (*NRS*) през отделните подпериоди и за целия период е представено на фигура 1.

На фигура 2 са представени количествените влияния на факторите нетен финансов резултат и нетни приходи от продажби върху абсолютното изменение на резултативния показател – нетна рентабилност на приходите от продажби по подпериоди и за целия период.

На основата на резултатите, представени в таблица 1 и фигура 2, могат да се формулират подробни изводи както за целия анализиран период, така и по отделните подпериоди в него.

Заключение

Резултатите от извършения динамичен ДФА на нетната рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г. безусловно подчертават лесната приложимост и универсалност на усреднения метод на верижните замествания за целите на изготвяне на динамичен ДФА на съставни икономически, финансови и други показатели. Това е единственият точен метод, който е приложим за гетерминирани

кратни факторни модели или такива, съдържащи кратен елемент в тях.

За избягване на изчислителни грешки е задължително да се извърши проверка на точността на получените абсолютни и относителни факторни влияния на участващите факторни променливи, като тяхната сума трябва да е равна съответно на абсолютното и на относителното изменение на резултативния показател.

При динамичния ДФА по усреднения метод на верижните замествания абсолютните и относителните грешки са нула. Това потвърждава точността на усреднения метод на верижните замествания.

Усредненият метод на верижните замествания е лесно приложим при извършване на динамичен ДФА на всички видове математически гетерминирани факторни модели. Неговата универсалност, точност и еднозначност дават неограничена възможност за широко приложение при извършване на динамичен ДФА на всички видове математически гетерминирани факторни модели.

Цитирани източници (References):

Митев, В., 2020. Усреднен метод на верижните замествания. *Икономически и социални алтернативи*, бр. 4, с. 90-100.

(Mitev, V., 2020. Usrednen metod na verizhnite zamestvania. *Ikonomicheski i sotsialni alternativi*, br. 4, s. 90-100)

Митев, В., 2021. Усреднен метод на верижните замествания – приложимост, предимства и недостатъци. *Икономически и социални алтернативи*, бр. 2, с. 127-138.

(Mitev, V., 2021. Usrednen metod na verizhnite zamestvania – prilozhimost, predimstva i nedostatatsi. *Ikonomicheski i sotsialni alternativi*, br. 2, s. 127-138)

Чеботарёв, С.В., 2001. Теория и практика статического и динамического экономического факторного анализа. *Системы управления и информационные технологии*, №2, с. 68-73.

(Chebotarov, S.V., 2001. Teoriya i praktika staticheskogo i dinamicheskogo ekonomicheskogo faktornogo analiza. *Sistemy upravleniya i informatsionnyye tekhnologii*, №2, s. 68-73.)

Filatov, E.A., 2013a. Author's factor analysis of financial profitability. *European Social Science Journal*, 8(35). Volume 2, pp. 462 – 471.

Filatov, E.A., 2013b. Factor analysis of equity capital profitability by author's methods. *Bulletin of ISTU*, 6(77), pp. 234 – 240.

Filatov, E.A., 2018. Deterministic Factor Analysis of Three-Factor Dupont Model Using Filatov Methods. *Conference: RPTSS 2018 - International Conference on Research Paradigms Transformation in Social Sciences*, DOI: 10.15405/epsbs.2018.12.45.

Filatov, E.A. and I.G. Dykusova, 2013. Deterministic factor analysis of innovative company's profitability. *Proceedings of the ISEA (BSUEL)*: online journal, 5.

Filatov, E.A. and V.B. Nechayev, 2013. Functional analysis of financial profitability. *Bulletin of ISTU*, 12 (83).

Filatov, E.A., L.G. Rudykh, 2014. Factor analysis of financial profitability according to the author's methods. *World Applied Sciences Journal*, 29(7), pp. 908-914, DOI: 10.5829/idosi.wasj.2014.29.07.13932.

Matveeva, M.V. and E.A. Filatov, 2021. Integral analysis of the model of profitability of fixed assets in the construction industry of the Russian Federation, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 751, International Baikal Investment and Construction Forum "Spatial Restructuring of territories" 4 December 2020, Irkutsk, Russian Federation.

Dynamic Deterministic Factor Analysis Using the Averaged Chain Substitution Method

Veselin Mitev

Abstract: This article presents the applicability of the averaged chain substitution method for performing dynamic deterministic factor analysis. The averaged chain substitution method is the only universal and accurate method for deterministic factor analysis of multiple factor models and of factor models containing a multiple element. The author's previous and new mathematical expressions for the quantitative determination of the individual factor influences of the participating factor variables over the variation of their result indicator for all types of deterministic factor models containing up to four factor variables are systematized by types of factor models in tabular form. The purpose of this article is to reveal the applicability and accuracy of the averaged chain substitution method for the needs of dynamic deterministic factor analysis.

Key words: quantitative methods, dynamic deterministic factor analysis, averaged chain substitution method.

JEL: C38, C58.