

Портфейлна оптимизация с UPM/LPM алгоритъм за частните пенсионни фондове

Милена Бенева*

Резюме: Глобалните екологични проблеми и климатични изменения през последните десетилетия изведоха на преден план въпросите, свързани с устойчивото развитие на икономиките и влиянието на тези процеси върху дългосрочната възвращаемост на широко диверсифицираните портфейли. Отчитането на всички рискови фактори и потенциални възможности е от ключово значение за инвестициите на пенсионните фондове, които са призвани да действат „в най-добрия интерес“ на бенефициентите, осигурявайки сигурни и стабилни доходи.

За да разгърнат своя потенциал за финансиране на нисковъглеродния преход на икономиката, пенсионните фондове трябва да са убедени, че финансовите характеристики на „зелените“ активи съвпадат с търсения от тях профил и добре познават техните ползи и рискове. Настоящата разработка цели да изследва ефекта от включване на зелени активи в портфейла на фондовете за допълнително доброволно пенсионно осигуряване в България, като прилага UPM/LPM модел за портфейлна оптимизация. Моделът е

силно конфигурируем към множество ограничения, работи без допускания относно разпределението на възвращаемостта на активите и „улавя“ различните функции на полезност на инвеститорите.

Ключови думи: доброволни пенсионни фондове, зелени инвестиции, портфейлна оптимизация, UPM/LPM алгоритъм.

JEL: G23, Q56.

Актуалност и дизайн на изследването

Освен поради „грижа към планетата и обществото“, мотивацията на пенсионните фондове за реализиране на „зелени“ инвестиции се засилва от концепциите за мултисекторна собственост (universal ownership), отрицателни външни ефекти и фидуциарна отговорност. И докато някои пенсионни фондове започват интеграцията на климатичните промени в инвестиционния си подход преди 10-15 г., то други все още не са стартирали процеса. Българските доброволни пенсионни фондове (ДПФ) попадат в групата на „изоставащите“ по отношение на екологичния инвестиционен тренд, макар че при някои от фондовете

* Милена Бенева е докторант по икономика към категра „Финанси“ при ИУ – Варна. Авторката би искала да благодари на проф. g-p D. Nawrocki (Villanova University) за споделения опит относно приложението на UPM/LPM модела.

Управление на ресурси и разходи

зелените активи формират между 3 до 5% от портфейла през изминалото десетилетие.

Преходът към нисковъглеродна и климатично устойчива икономика безспорно се нуждае от инвестиционните ресурси на големите институционални инвеститори, но основният въпрос е дали прилагането на екологични инвестиционни принципи допринася за по-добро портфейлно представяне. Интересът към устойчиво отговорното инвестиране през последните години провокира редица изследвания относно възможностите за портфейлна оптимизация чрез зелени активи или активи с ESG характеристики. Проучванията обаче често поставят акцент върху инвестициите в дялови книжа (He, Cai, 2012; Porage, 2020; Wong, 2020; Pedersen, Fitzgibbons, Pomorski, 2021), облигации (Mascelluti, 2018) или върху прилагане на конкретна стратегия (например негативен скрининг (Herzel, Nicolosi, Stariča 2011)). На практика липсват изследвания за влиянието на зелените инвестиции върху широко диверсифицирани портфейли, характерни за пенсионните фондове.

За провеждане на емпиричното изследване се използват данни за възвръщаемостта на капиталови индекси и фондове за зелени активи, в комбинация с индекси за конвенционални активи, традиционно включвани в портфейла на пенсионните фондове (суверенни и корпоративни облигации, корпоративни акции, недвижимо имущество, банкови депозити и парични средства), като се обхваща 10-годишен период (2012-2021 г.). Основните източници на информация са стойностите на индексите и фондовете, калкулирани от регулирани пазари на ценни книжа,

централни банки, водещи гостащици на бенчмаркове, анализи и данни за инвеститори. Изборът е фокусиран върху няколко големи гостащици на индекси и топ мениджъри на активи (S&P Dow Jones, MSCI Inc., STOXX Ltd, Invesco, iShares, VanEck, First Trust и др.). Те предлагат изключително разнообразие от бенчмаркове както за конвенционални, така и за зелени инвестиционни инструменти, и често се ползват от големите пенсионни фондове по света като критерий за представянето на техните инвестиции. Изследването е базирано на инвестиционен набор от 35 актива (21 конвенционални и 14 зелени) и е съобразено с инвестиционните ограничения на ДПФ, заложи в българския Кодекс за социално осигуряване. В разработката се прилагат методите на анализ и синтез, методи за статистическа обработка на данните (дескриптивен и корелационен анализ), а оптимизационните решения се извеждат чрез модела UPM/LPM („горен частичен момент – голем частичен момент“) в програмната система на MATLAB®.

1. Критерии за портфейлна оптимизация с UPM/LPM алгоритъм

Подходът „горен частичен момент – голем частичен момент“ (upper partial moment – lower partial moment (UPM/LPM)) (Fishburn, Kochenberger, 1979; Holthausen, 1981) дава възможност за едновременно максимизиране на възвръщаемостта над целевата стойност (upside potential) и минимизиране на риска от понижаване на стойността на ценните книжа (downside risk). „Красотата“ на частичните моменти е в това, че те позволяват калкулирането на различни цели с разнообразни

степенни, силно конфигуруеми са към множество ограничения и без допускания относно разпределението на възвращаемостта (Viole, Nawrocki, 2016: 903).

Моделът UPM/LPM за портфейлна селекция:

- ✓ Взема предвид асиметрията и ексцеса при управление на инвестиционните решения в условия на ненормално разпределение на възвращаемостта;
- ✓ прилага пълното богатство на теорията на икономическата полезност, било то на Von Neumann и Morgenstern (1947), Friedman и Savage (1948), Markowitz (1952), и теорията на перспективите на Kahneman и Tversky (1979);
- ✓ улавя всяко поведение на инвеститора – риск отбягващо, рисково неутрално и риск търсещо;
- ✓ е непараметричен модел, който способства за намаляване на статистическата грешка от непознаване на разпределението или от използване на тестове за пригодност (Nawrocki, Viole, 2014: 15).

За решаване на оптимизационния проблем, базиран на UPM/LPM модела, могат да се приложат два подхода – чрез ендогенно или екзогенно формулиране на CUPM и CLPM матриците. В случай че матриците са ендогенни, на практика не могат да бъдат изчислени, докато не е известно разпределението на портфейла, т.е. формулировката не е в затворена форма и може да бъде решена само чрез итеративни или Монте Карло техники. Ciuova и Nawrocki (2014) предлагат изчисляване на CUPM и CLPM матриците директно като екзогенни матрици от данните. По този начин се задава решение на проблема в затворена форма, като

подходът демонстрира близка апроксимация до варианта с ендогенни матрици.

Формулираният оптимизационен проблем е двукритериален, като има за цел едновременно оптимизиране на два взаимно противоречиви критерия (максимизиране на възвращаемостта при минимизиране на риска). За решаване на тази мултицелева оптимизация е избран скаларизационен подход, при който моделът се преформулира в еднокритериален, използвайки метода на ε -ограниченията, разработен от Haimes, Lasdon, Wismer (1971). На практика се оптимизира един от критериите, а останалите критерии се трансформират в ограничения. Така се генерират доказано слабо Парето-оптимални решения (виж по-погр.: Стоянова-Чокова, 2020: 56-58).

Алтернативното формулиране на UPM/LPM модела представлява минимизиране на риска от понижаване за дадено ниво „b“ на потенциала (upside potential). Формулният апарат е следният (Ciuova, Nawrocki, 2014: 74-75):

Минимизиране:

$$E(LPM_{portf}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot E(CLPM_{ij}) \quad (1)$$

където

$$E(CLPM_{ij}) = \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K [Max\{0, (\tau - R_{it})\}]^{a-1} (\tau - R_{jt}) \quad (2)$$

само при:

$$b = E(UPM_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot E(CUPM_{ij}) \quad (1)$$

където

$$E(CUPM_{ij}) = \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K [Max\{0, (R_{it} - \tau)\}]^{c-1} (R_{jt} - \tau) \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; w_i \geq 0; i = 1, \dots, n \quad (2)$$

Означения:

w_i – тегло на актив i в портфейла;

Управление на ресурси и разходи

$CLPM_{ij}$ - $Co-LPM$ матрица; $CUPM_{ij}$ - $Co-UPM$ матрица;

K – общ брой на наблюденията; τ – целева възвращаемост;

R_{it} -възвращаемост на актив i в период t

n – общ брой на активите в портфейла

a – степен за LPM; c – степен за UPM

Моделът UPM/LPM отчита възможностите за отклонение както по целевата възвращаемост, така и над нея. За отразяване отношението към риска от понижение се използва параметърът „ a “. При $a < 1$ инвеститорът се определя като риск търсещ, при $a = 1$ – риск неутрален, а при $a > 1$ – риск отбягващ. Риск отбягването означава, че колкото по-ниска е възвращаемостта спрямо целевата, толкова по-неудовлетворен е инвеститорът. Параметърът „ c “ описва поведението на търсене/отбягване спрямо потенциала (възможността възвращаемостта на портфейла да надвишава целевата възвращаемост). При стойности на $c > 1$ инвеститорът е потенциал търсещ, при $c < 1$ се определя като потенциал отбягващ, съответно при $c = 1$ – неутрален спрямо потенциала.

Следва да се има предвид, че посочените по-горе уравнения (2) и (4) се отнасят за стойности на $a, c \geq 1$. В случай че степенята на потенциал търсене е по-малка от 1, се препоръчва употребата на еквивалентното уравнение (6), което за CUPM матрицата има вида (Cumova, Nawrocki, 2014: 79):

$$E(CUPM_{ij}) = \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K \text{Max}[0, (R_{it} - \tau)]^{c/2} \cdot |R_{jt} - \tau|^{c/2} \cdot \text{sign}(R_{jt} - \tau) \quad (6)$$

UPM/LPM алгоритъмът за портфейлна оптимизация дава възможност за

различни модификации на изходните параметри, така че моделът „да пасва“ максимално на профила на инвеститора, като се задават различни стойности на параметрите „ a “ и „ c “. Емпиричното изследване се базира на следните допускания:

- ✓ ДПФ са риск отбягващи инвеститори ($a > 1$), като за максимална стойност относно степенята на риск отбягване е възприета $a=4$ (в съответствие с Fishburn (1977) и инвестиционната политика на ДПФ);
- ✓ по отношението спрямо потенциала се разглеждат и трите възможности – ДПФ са потенциал търсещи, потенциал неутрални или потенциал отбягващи инвеститори;
- ✓ целевата възвращаемост е в размер на индекса на потребителските цени, тъй като значителна част от пенсионните фондове посочват равнището на инфлацията и/или индекса VOLIDEX като бенчмарк за инвестиционно представяне.

Подходящата мярка за рисково коригирана възвращаемост в рамките на UPM/LPM моделът е показателят *тема* (виж: формула (7), Kong, 2006: 14). Той се явява аналог на съотношенията от типа „възнаграждение за едигица риск“ (reward to variability).

$$\theta(R) = \frac{c \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{t=1}^K [\text{Max}\{0, (R_{it} - \tau)\}]^c}}{a \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{t=1}^K [\text{Max}\{0, (\tau - R_{it})\}]^a}} \quad (7)$$

Коефициентът може да се прилага като правило за селекция (selection rule) при сравняване на различни активи, при което по-високите стойности са за предпочитане. Показателят отчита параметрите за риск отбягване и потенциал

търсене, като с увеличаване на стойността им, значението на екстремните събития при „опашките“ на разпределението нараства (Kong, 2006: 15).

За решаване на UPM/LPM оптимизационния проблем се ползва програмната система на MATLAB. Подходящият солвър за минимизиране на нелинейната функция, характеризираща се с множество променливи и ограничения, е fmincon. Fmincon е градиентно-базиран солвър, работещ с детерминирани итерации и зададена от потребителя начална точка. По погребване се използва алгоритъмът на вътрешната точка (interior point), чието предимство е допускане на всички видове ограничения за линейни и

нелинейни изпъкнали оптимизационни проблеми (MathWorks, 2021a). Възможно е обаче солвърът да предложи локален минимум на целевата функция. Този проблем се преодолява чрез създаване на солвър обект – GlobalSearch, който служи за намиране на глобално решение (MathWorks, 2021b).

2. Ефективни инвестиционни решения за „потенциал търсещи“ пенсионни фондове

Чрез поддържане степента на търсене на потенциал на едно и също равнище и същевременно повишаване степента на риск отбягване, може да се проследят както структурните промени

Таблица 1. Характеристика на портфейлите от краищата на ефективните фронтове при параметри $a=2, c=2$; $a=3, c=2$ и $a=4, c=2$

структура на портфейла, %	параметри (a-c-t)					
	най-нисък риск (LPM)*			най-висок потенциал (UPM)		
	2-2	3-2	4-2	2-2	3-2	4-2
конвенционални акции	7.43	5.05	1.67	0.00		
конвенционални облигации	47.22	9.01	90.68	0.00		
алтернативи**	18.92	2.83	1.37	5.00		
банкови депозити	18.37	82.58	0.43	0.00		
зелени акции и облигации	3.44	0.19	1.00	65.00		
зелени КИС***	4.63	0.35	4.86	30.00		
характеристики на портфейлното представяне						
LPM	9.13E-06	5.48E-07	5.00E-09	6.41E-04	7.41E-05	1.22E-05
UPM	3.20E-05	-4.41E-06	5.01E-05	1.43E-03	1.43E-03	1.43E-03
възвращаемост, % (год.база)	4.00	-1.50	3.21	19.29	19.29	19.29

Бележки: Портфейлите са с целева възвращаемост (t) индекс на потребителските цени. *Като най-нискорискови са отчетени портфейлите с най-ниска стойност на LPM сред решенията на оптимизационните задачи, т.е. портфейлите, разположени най-вляво на ефективния фронт. На практика при по-ниски от посочените в таблицата стойности на UPM се генерират портфейли с по-ниска възвращаемост, но при по-високо равнище на риска (макар то да е най-доброто за съответното ниво на потенциал), т.е. графичното изображение е изпъкнало спрямо абсцисата. **Като „алтернативи“ са маркирани инвестиционните инструменти в недвижимо имущество (вкл. чрез Акционерни дружества със специална инвестиционна цел (АДСИЦ)), инфраструктура и частен капитал. ***КИС (Колективни инвестиционни схеми, вкл. борсово търгувани фондове).

Източник: Собствени изчисления

Управление на ресурси и разходи

В оптималните портфейли, така и да се направят изводи относно способността на модела UPM/LPM да управлява по-високите моменти на разпределението на възвращаемостта. За целта се разглеждат следните комбинации между изходните параметри: $a=2$, $a=3$ и $a=4$ при $c=2$ (константа). Счита се, че асиметричното предпочитание към крайно благоприятни и крайно неблагоприятни събития е съвсем нормално при вземане на реални решения. При това повечето инвеститори възприемат защитата срещу загуби за по-важна от излагането на печалби, така че параметърът „а“ обичайно е с по-висока стойност от „с“ (Kong, 2006: 15; Симова, Nawrocki, 2014: 75-76).

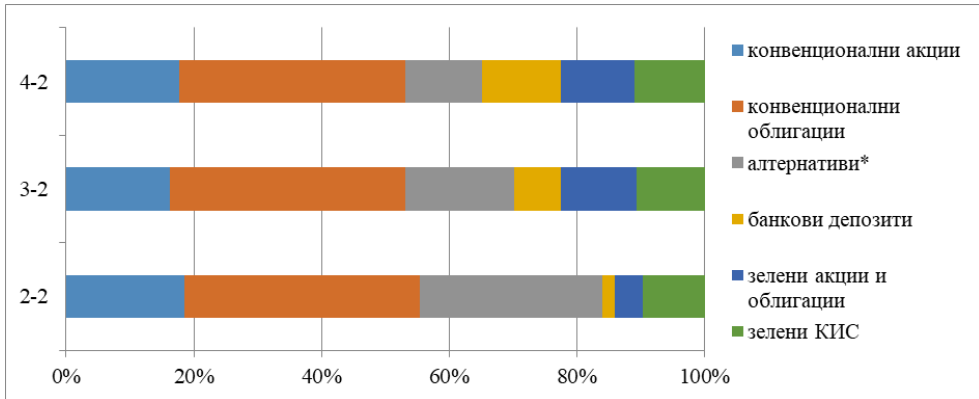
Характеристиките на инвестиционните портфейли, разположени в двата края на ефективните граници, са разкрити в таблица 1. Съвсем очаквано най-нискорисковите портфейли се изграждат преимуществено от банкови депозити и конвенционални облигации, като при по-качване степенята на риск отбягване дялът на конвенционалните акции и алтернативните инвестиции намалява. Впечатление обаче прави, че портфейлите с най-висок потенциал се формират при идентична структура и почти изцяло от зелени активи, дори при по-високите степени на риск отбягване.

Постигането на най-нисък риск или най-висок потенциал не винаги се случва при еднакви норми, поради което анализът на целеви портфейли е по-угачният вариант. Портфейлните характеристики при различни стойности на целеви потенциал могат да се проследят на фигура 1. С повишаване степенята на риск отбягване, оптимизационният алгоритъм генерира портфейли с по-нисък риск

и същевременно с по-ниска възвращаемост. При целеви потенциал от $1,52E-04$ (Панел А) по-нискорисковите портфейли (3-2 и 4-2 спрямо 2-2) поддържат по-малко тегло на алтернативните активи, което се компенсира от с 5-10 процентни пункта по-високо тегло в банкови депозити и с 8 процентни пункта повече в зелени инвестиции. Така зелените активи формират близо $\frac{1}{4}$ от тези портфейли.

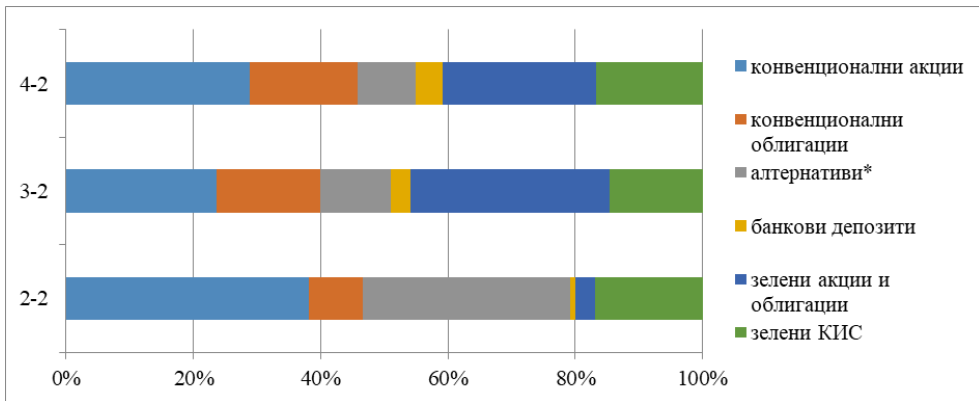
При целевия потенциал от $4,67E-04$ (Панел Б) разликата в структурата на портфейлите е по-осезаема. Оптималните портфейли с по-висока степен на риск отбягване отчитат значително по-малък дял на конвенционалните акции и алтернативните инвестиции спрямо портфейла с параметри 2-2. Тези активи са заменени с двойно по-висок дял на конвенционални облигации и *многократно повече зелени акции*. Теглото на банковите депозити и зелените КИС и в трите портфейла е с близки стойности. Зелените активи формират съответно 19,94%, 45,96% и 40,89% от ефективната портфейлна структура.

От една страна, дялът на зелените инвестиции расте при придвижване нагоре и надясно по ефективните фронтове, а от друга страна, *зелените активи заемат по-съществен дял при увеличаване степенята на риск отбягване* (при $a=3$ и $a=4$ спрямо $a=2$). Какви са причините? Алгоритъмът UPM/LPM отчита асиметрията и ексцеса на възвращаемостта на активите. Доколкото положително изкривените разпределения на възвращаемостта обикновено са по-желани от инвеститорите (поради вероятността за реализиране на значителни печалби, които да покрият често срещаните малки по размер загуби), като по-рискови се



Бележки: Характеристиките на портфейлите 2-2, 3-2 и 4-2 са следните:
 LPM: 3,05E-05; 7,49E-06; 1,46E-06. Възвращаемост на годишна база (%): 8,26; 7,54; 7,08.

Панел А. Целеви потенциал UPM p = 1,52E-04



Бележки: Характеристиките на портфейлите 2-2, 3-2 и 4-2 са следните:
 LPM: 1,20E-04; 2,06E-05; 3,77E-06. Възвращаемост на годишна база (%): 12,96; 12,77; 11,83.
 Портфейлите са с целева възвращаемост (τ) индекс на потребителските цени. *Като „алтернативи“ са маркирани инвестиционните инструменти в недвижимо имущество (вкл. чрез АДСИЦ), инфраструктура и частен капитал.

Източник: Собствени изчисления

Панел Б. Целеви потенциал UPM p = 4,67E-04

Фигура 1. Структура на ефективните инвестиционни портфейли с параметри 2-2, 3-2 и 4-2 при целеви потенциал

Управление на ресурси и разходи

считат активите, характеризиращи се с отрицателна асиметрия (виж по-погр.: Калоянов, 2010). Така при повишаване степента на риск отбягване, моделът за портфейлна селекция подбира активи с положително и „наказва“ активите с отрицателно изкривено разпределение.

Разглеждайки характеристиките на активите от инвестиционния набор (35 инвестиционни инструмента), прави впечатление, че едва 1/5 от тях имат положителна асиметрия на възвращаемостта. В това число попадат 4 зелени КИС, които същевременно отчитат и нисък ексцес. Разпределението на възвращаемостта на няколко групи активи пък контрастира с отрицателна асиметрия и висок положителен ексцес. При активите с висок положителен ексцес вероятността възвращаемостта да се среща в „опашките“ на разпределението нараства, поради което те се приемат за по-рискови. Следователно, с покачване степента на риск отбягване, активи с такива характеристики стават все по-малко желани от инвеститорите. Освен това стойностите на показателя тета (θ) разкриват, че *най-добрият инвестиционен избор е доминиран от зелени активи*, което обяснява оптималната структура на разглежданите портфейли (виж: Приложение 1).

С повишаване стойността на параметъра „с“ в оптимизационния модел се илюстрира отношението към волатилността над целевата възвращаемост, признак за по-агресивно инвестиционно поведение. Анализират се следните комбинации между изходните параметри: $c=2$, $c=3$, $c=4$ при $a=2$ (константа); $c=2$, $c=4$ при $a=3$ (константа) и $c=2$, $c=3$ при $a=4$ (константа).

Промените в структурата на ефективните портфейли в следствие на *нарастващата степен на търсене на потенциал* дават възможност да се направят следните изводи:

- ✓ оптимизационният модел е провокиран да подбира активи с по-висока волатилност над целевата възвращаемост. При повечето активи от инвестиционния набор обаче волатилността е относително симетрична, т.е. едновременно висока под и над целта или едновременно ниска. В крайна сметка, при нарастваща стойност на „с“, рискът на портфейлите също нараства. На практика дялът на инвестициите в акции (конвенционални и зелени) и зелени КИС, които се характеризират с висока волатилност, се увеличава за сметка на вложенията в банкови депозити и конвенционални облигации, отличаващи се с ниска изменчивост на възвращаемостта.
- ✓ освен разликите в риска обаче, ефективните портфейли се отличават съществено и по равнището на възвращаемост.

Макар че разглежданите групи от портфейли са генерирани при еднакви равнища на целеви потенциал, те са позиционирани на различни места по ефективните фронтове. В този смисъл някои от портфейлите формират началото на ефективната граница, докато други – края. Следва да се уточни, че по-високата степен на търсене на потенциал не винаги осигурява по-висока възвращаемост. Например най-високоходният портфейл при параметри 2-4 генерира годишна доходност в размер на 18,87% в сравнение с 18,58% при параметри 2-3, но и в двата случая възвращаемостта

Таблица 2. Структурни промени в избрани ефективни портфейли при нарастваща степен на потенциал търсене

Панел А.

структура на портфейла, %	параметри (а-с-т)					
	целеви потенциал UPM=2.00E-05			целеви потенциал UPM=3.20E-05		
	2-2	2-3	2-4	2-2	2-3	2-4
конвенционални акции	6.07	12.16	20.92	7.43	13.76	67.16
конвенционални облигации	41.32	44.75	5.06	47.22	40.43	0.12
алтернативи*	15.54	25.04	23.86	18.92	25.86	7.21
банкови депозити	29.42	2.82	0.47	18.37	2.05	0.03
зелени акции и облигации	3.21	2.98	25.40	3.44	2.65	0.25
зелени КИС	4.43	12.25	24.29	4.63	15.24	25.24
характеристики на портфейлното представяне						
LPM	9.59E-06	3.22E-05	2.57E-04	9.13E-06	5.22E-05	8.88E-04
тета, $\theta(R)$	1.4441	4.7822	4.1751	1.8718	4.3949	2.5242
Възвращаемост (на годишна база), %	2.98	7.49	15.34	4.00	8.36	16.50

Панел Б.

структура на портфейла, %	параметри (а-с-т)							
	целеви потенциал UPM=3.00E-06		целеви потенциал UPM=3.20E-05		целеви потенциал UPM=0.00		целеви потенциал UPM=1.85E-04	
	3-2	3-4	3-2	3-4	4-2	4-3	4-2	4-3
конв. акции	4.86	11.80	7.95	75.89	1.22	0.44	19.44	79.92
конв. облигации	18.50	44.24	37.31	0.16	30.91	33.36	32.98	0.01
алтернативи	5.21	14.30	9.43	0.33	1.03	0.08	12.09	0.02
банкови депозити	63.76	9.42	33.20	0.04	64.41	60.23	10.56	0.00
зелени акции и облигации	3.42	7.68	5.65	0.31	1.01	5.02	13.20	0.02
зелени КИС	4.25	12.56	6.46	23.27	1.41	0.87	11.73	20.02
характеристики на портфейлното представяне								
LPM	1.13E-06	6.67E-06	2.36E-06	9.73E-05	9.61E-09	8.07E-09	1.72E-06	1.25E-05
тета, $\theta(R)$	0.1662	2.2108	0.4251	1.6353	0.0142	0.0000	0.3758	0.9582
Възвращаемост (анюализирана), %	0.39	6.47	3.14	16.31	-0.54	-0.82	7.74	16.32

Бележки: Портфейлите са с целева възвращаемост (τ) индекс на потребителските цени.*Като „алтернативи“ са маркирани инвестиционните инструменти в недвижимо имущество (вкл. чрез АДСИЦ), инфраструктура и частен капитал.

Източник: Собствени изчисления

Управление на ресурси и разходи

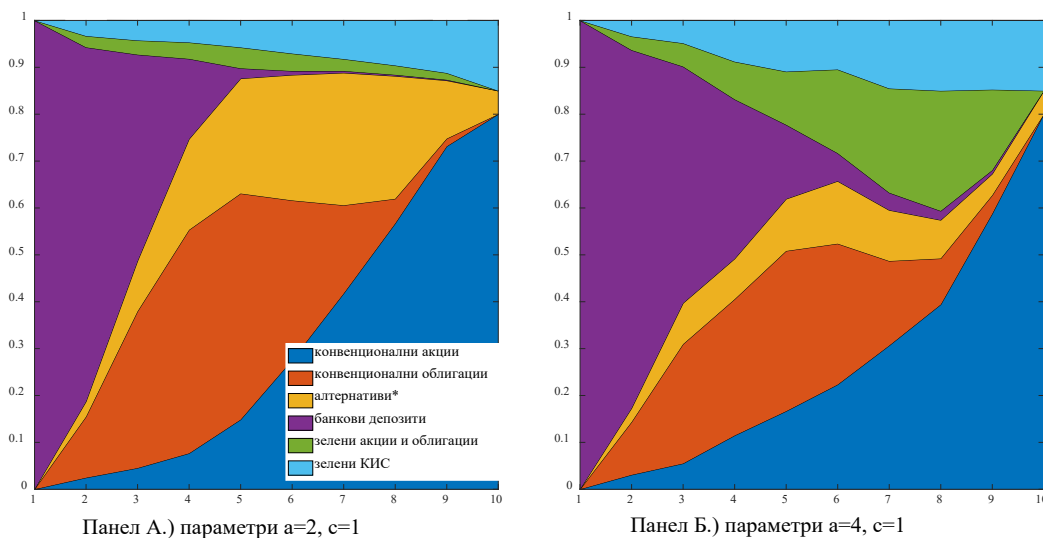
е по-ниска от максималните 19,29% при варианта $a=c=2$. От друга страна обаче, рисковите характеристики на портфейлите и функцията на полезност на инвеститорите също варират.

3. Оптимизационни резултати при „неутралност“ спрямо потенциала

Динамиката в портфейлната структура при различни степени на риск отбягване и същевременно *неутралност спрямо потенциала* е илюстрирана на фигура 2. Първият и последният портфейл са с напълно еднаква структура и в двата варианта. Като цяло по-риск отбягващият инвеститор ($a=4, c=1$) следва да поддържа по-висок дял на банковите депозити за сметка на конвенционалните облигации и по-ниско тегло на алтернативните

инвестиции, компенсирани от по-значителен дял в зелени активи. Всъщност разликата в дяла на зелените акции и КИС е осезаема. Докато при портфейл номер 2 е едва 0,58 процентни пункта, то при портфейл номер 8 достига почти 30 процентни пункта. При параметри $a=2, c=1$ зелените активи нарастват равномерно при 10-те портфейла, достигайки 15%, при варианта $a=4, c=1$ обаче най-високото тегло се отчита при осмия поред портфейл, със стойност от 40,64%.

Направените по-горе констатации, че повишаващата се степен на риск отбягване води до нарастване на теглото на зелените активи в оптималните портфейлни структури, *се потвърждава и тук*. Освен това отново се наблюдава понижаване на риска на портфейлите (LPM) при повишаване степента на риск



Фигура 2. Динамика в структурата на портфейлите при параметри 2-1 и 4-1

Бележки: Портфейлите със съвпадащи номера са генерирани при еднакъв целеви потенциал и постигат еднаква портфейлна възвращаемост. Портфейлите са с целева възвращаемост (t) индекс на потребителските цени. *Като „алтернативи“ са маркирани инвестиционните инструменти в недвижимо имущество (вкл. чрез АДСИЦ), инфраструктура и частен капитал.

Източник: Собствени изчисления

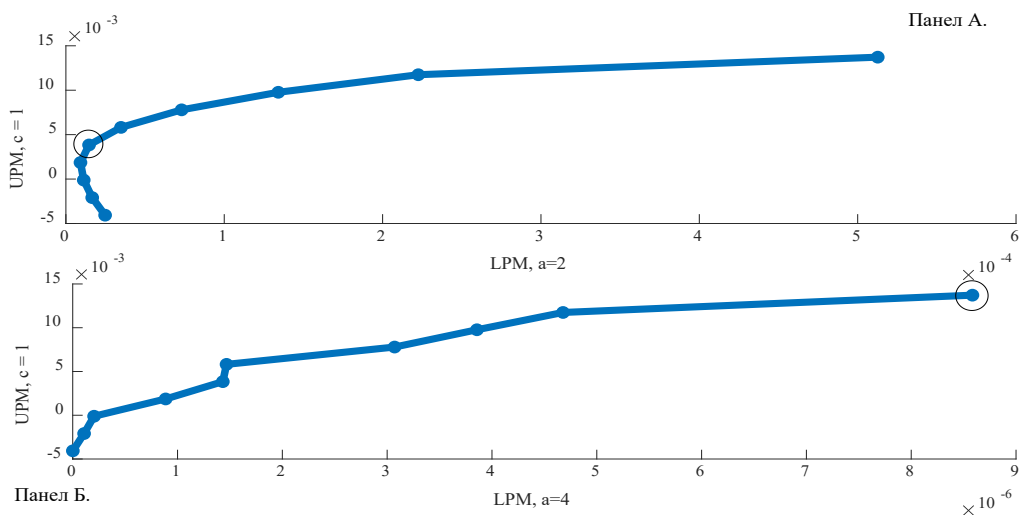
отбягване, и то при съвпадащи стойности на портфейлна възвращаемост.

При панорамния преглед на оптималните портфейлни структури, генерирани при оптимизацията с неутралност спрямо потенциала и тази с потенциал търсене (сравняват се оптимизациите при параметри 2-1 и 2-2, както и 4-1 и 4-2), се забелязва, че потенциал неутралните инвеститори като цяло поддържат по-високи тегла на банкови депозити и конвенционални облигации и по-ниско тегло на активите в зелени инвестиции (доминирани от акции и КИС), особено в по-ниския диапазон от ефективните фронтове. В горния край на ефективните граници неутралните спрямо потенциала инвеститори следва да генерират портфейлите си предимно от традиционни акции в сравнение с потенциал търсещите инвеститори, чиито портфейли са доминирани от зелени акции. Въпреки това

делът на зелените активи в портфейлите на потенциал неутралните инвеститори често надвишава 10%.

Ефективната граница, извлечена при оптимизацията с параметри 4-1 (Панел Б, фигура 3), на практика е разположена изцяло над фронта, получен при 2-1 (Панел А), тъй като стойностите на рисковия параметър LPM са по-ниски за всяка стойност на потенциала UPM.

От графичното изображение ясно се вижда, че първите 3 от портфейлите при по-ниската степен на риск отбягване не следва да се възприемат като част от ефективната граница, доколкото най-нискорисков е портфейл номер 4, а той носи по-висок потенциал и по-висока възвращаемост спрямо предходните 3 варианта. Любопитно е, че най-добрите портфейли според критерия „възнаграждение за риск“ (показателят тета) значително се различават помежду си при



Фигура 3. Ефективни граници при неутралност спрямо потенциала

Бележки: Портфейлите, обозначени с кръг, са с най-добри характеристики според показателя тета $\theta(R)$. Оптимизацията е проведена при целева възвращаемост (τ) индекс на потребителските цени.

Източник: Собствени изчисления

Управление на ресурси и разходи

разглежданите две оптимизации. В първия случай това е портфейл номер 5 с годишна възвращаемост от 6,63%, а във втория – десетият портфейл, разположен най-високо по ефективната граница, с годишна доходност от 19,91%.

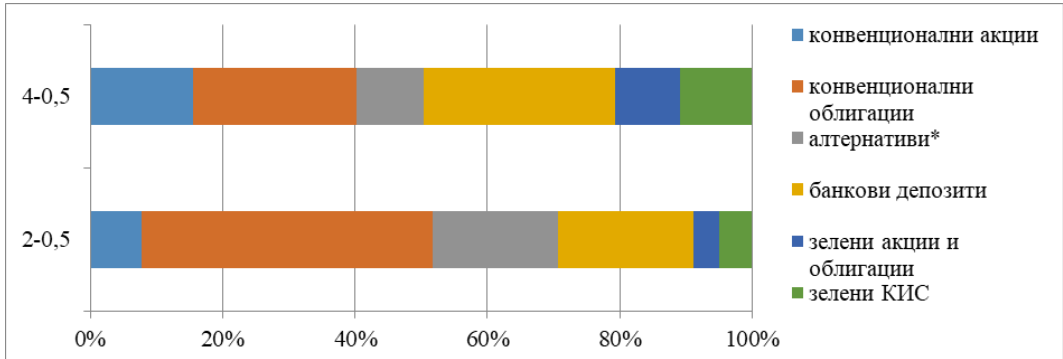
4. Портфейлна селекция за „потенциал отбягващи“ инвеститори

Разглежданите случаи, при които инвеститорите са едновременно отбягващи, както по отношение на риска от понижение, така и по отношение на възходящия потенциал, са символ на *най-консервативния инвестиционен подход*. Съдейки по инвестиционната политика на българските ДПФ, те не биха могли да бъдат определени като толкова консервативни инвеститори, но е важно да се направят изводи относно инвестиционното представяне и при такава комбинация между параметрите, с оглед запълване на „пъзела“ UPM/LPM и евентуален бъдещ интерес в контекста на мултифондова система.

След провеждане на оптимизациите при параметри 2-0,5 и 4-0,5 при целева възвращаемост в размер на инфлацията веднага прави впечатление възвращаемостта на най-нискорисковите портфейли. Тя е положителна, в контраст с доста от проведените дотук оптимизации, които ефективни граници стартират с много високи дялове на банковите депозити и суверенни облигации и отрицателна възвращаемост. Освен това противно на очакванията, такъв тип инвестиционна политика има потенциала да генерира съвсем „прилична“ годишна възвращаемост, достигайки до 18,47% в най-високата точка от ефективните граници.

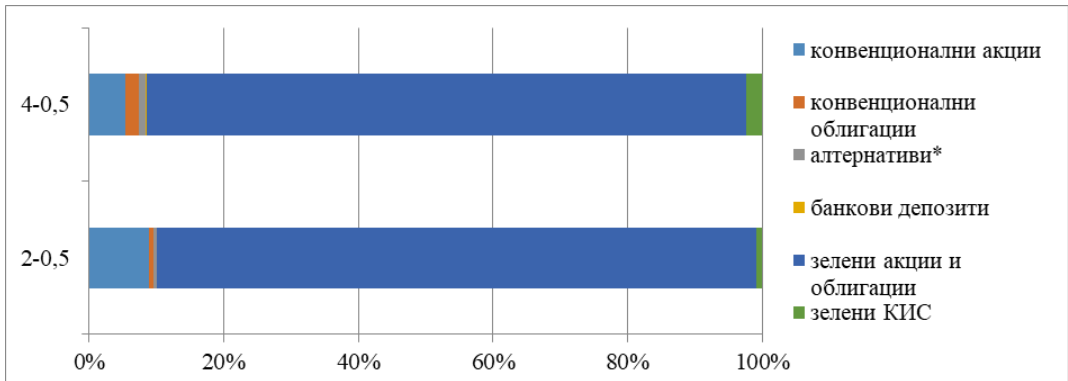
Промяната в степента на риск отбягване логично води до различни структури на портфейлите, като изключение правят началният и крайният портфейл. Първият портфейл от ефективната граница е най-нискодоходният – с годишна възвращаемост от 1,47%. Инвестиционната му структура има следния вид: конвенционални акции 17,48%, конвенционални облигации 4,68%, алтернативи 7,15%, банков депозити 66,42% и зелени КИС 4,28%. Последният портфейл от ефективния фронт следва изцяло да бъде формиран от зелени акции (оптимизациите отреждат 100-тен дял на нисковъзлеродния еквивалент на индекса S&P 500). Всъщност показателят тета отрежда трето място на S&P 500 Fossil Fuel Free Index при параметри $a=2$, $c=0,5$, докато при по-високата степен на риск отбягване ($a=4$), индексът заема първо място сред инвестиционния набор от активи. Казано по друг начин, акциите, съставляващи индекса, формират най-добрия инвестиционен избор за риск отбягващи - потенциал отбягващи инвеститори. За сравнителни цели са подбрани два портфейла с еднаква стойност на целевия потенциал, а структурата им е разкрита на фигура 4.

Тук отново се наблюдава по-голям дял на инвестициите в зелени активи, както при придвижване по ефективния фронт нагоре и надясно, така и при увеличаване степента на риск отбягване. Интересното обаче е, че дори при най-консервативната политика по отношение на риска, зелените инвестиции не само имат място в инвестиционните портфейли, а следва да формират значителна част от тях или дори да доминират.



Бележки: Характеристиките на портфейлите 2-0,5 и 4-0,5 са следните: LPM: 1,02E-05; 1,31E-06. Възвращаемост на годишна база (%): 4,03; 5,62.

Панел А. Целеви потенциал UPM $p = 5,27E-03$



Бележки: Характеристиките на портфейлите 2-0,5 и 4-0,5 са следните: LPM: 4,22E-04; 3,09E-06. Възвращаемост на годишна база (%): 17,79; 17,60.

Портфейлите са с целева възвращаемост (τ) индекс на потребителските цени. * Като „алтернативи“ са маркирани инвестиционните инструменти в недвижимо имущество (вкл. чрез АДСИЦ), инфраструктура и частен капитал.

Панел Б. Целеви потенциал UPM $p = 1,01E-01$

Източник: Собствени изчисления.

Фигура 4. Структура на ефективните инвестиционни портфейли с параметри 2-0,5 и 4-0,5 при целеви потенциал

Заклучение

UPM/LPM алгоритъмът позволява решаването на оптимизационния проблем при множество конфигурации. Като обща тенденция може да се посочи, че дялът на зелените инвестиции расте при придвижване нагоре и надясно по ефективните фронтове, както и с увеличаване степените на риск отбягване и потенциал търсене. *Преобладаващата част от оптимизираните портфейли се характеризират със силен екологичен акцент.* Резултатите не са изненадващи, имайки предвид че моделът взема под внимание

асиметрията и ексцеса на възвращаемостта, а зелените борсово-търгувани фондове са сред активите с най-добро инвестиционно представяне според показателя тета ($\theta(R)$). Прави впечатление, че зелените инструменти са част от ефективните портфейли не само при потенциал търсещите инвеститори, а също при неутралните и потенциал отбягващите инвеститори. Резултатите от емпиричното изследване показват, че зелените инвестиции *имат потенциал да подобрят портфейлното представяне* на българските ДПФ и те реално могат да се възползват от тази възможност.

Цитирани източници (References):

Калоянов, Т., 2010. Необходимост от използване и познавателен смисъл на моментите от по-висок ред (коефициенти на асиметрия и ексцес). *Икономически алтернативи*, бр. 3, 2010, с. 18-32.

(Kaloyanov, T., 2010. Neobhodimost ot izpolzvanie i poznavatelen smisal na momentite ot po-visok red (koeffitsienti na asimetrija i ekstses). *Ikonomicheski alternativi*, br. 3, 2010, s. 18-32.)

Стоянова-Чокова, К., 2020. Модели и методи за оптимизация и управление на портфейл с използване на времеви редове. Дисертация за присъждане на образователна и научна степен „доктор“. БАН, Институт по информационни и комуникационни технологии. Достъпно на: <https://www.iict.bas.bg/konkursi/2020/KrStoyanova-Chokova/Dicertacia.pdf> (Stoyanova-Chokova, K., 2020. Modeli i metodi za optimizatsia i upravlenie na portfejl s izpolzvanie na vremevi redove. Disertatsia za prisazhdane na obrazovatelna i nauchna stepen „doktor“. BAN, Institut po informatsionni i komunikatsionni tehnologii. Dostapno na: <https://www.iict.bas.bg/konkursi/2020/KrStoyanova-Chokova/Dicertacia.pdf>)

Кодекс за социално осигуряване, обн. ДВ, бр. 67 от 29 Юли 2003 г. (Kodeks za sotsialno osiguryavane, obn. DV, br. 67 ot 29 Yuli 2003 g.)

Cumova, D. and D. Nawrocki, 2014. Portfolio optimization in an upside potential and downside risk framework. *Journal of Economics and Business*, Vol. 71, January–February 2014, pp. 68–89. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.jeconbus.2013.08.001>

Fishburn, P. and G. Kochenberger, 1979. Two-piece Von Neumann–Morgenstern utility functions. *Decision Sciences*, Vol. 10, Issue 4, pp. 503–518. Available at: <https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1979.tb00043.x>

Friedman, M. and L.J. Savage, 1948. The Utility Analysis of Choices Involving Risk. *Journal of Political Economy*, Vol. 56, No. 4, pp. 279-304. Available at: <https://www.jstor.org/stable/1826045>

- Haimes, Y., L. Lasdon and D. Wismer, 1971. On a Bicriterion Formulation of the Problems of Integrated System Identification and System Optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-1, No. 3, pp. 296-297, July 1971, doi: 10.1109/TSMC.1971.4308298
- He, C., L. Cai, 2012. Investing in Dynamic Green Portfolios. *Journal of Environmental Investing* 3, No. 2, pp. 23-42. Available at: <https://www.thejei.com/wp-content/uploads/2015/01/174-581-1-PB.pdf>
- Herzel, S., M. Nicolosi, C. Stariča, 2011. The Cost of Sustainability in Optimal. *European Journal of Finance*, Vol. 18 (3-4), pp. 1-17. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/254267710>
- Holthausen, D., 1981. A risk–return model with risk and return measured as deviations from a target return. *American Economic Review*, Vol. 7, No. 1, pp. 182–188. Available at: <https://www.jstor.org/stable/1805050>
- Kahneman, D. and A. Tversky, 1979. A Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, Vol. 47, No. 2, pp. 263-291. Available at: <http://dx.doi.org/10.2307/1914185>
- Kong, L., 2006. The UPM/LPM Framework on Portfolio Performance Measurement and Optimization. U.U.D.M. Project Report 2006:10, Department of Mathematics, Uppsala University. Available at: <http://uu.diva-portal.org/smash/get/diva2:304732/FULLTEXT01.pdf>
- Mascelluti, E., 2018. Going Green: Analysis of a Sustainable Portfolio. Department of Economics and Finance. Available at: https://tesi.luiss.it/21432/1/676751_MASCELLUTI_ELEONORA.pdf
- MathWorks, 2021a. Solver-Based nonlinear Optimization. Resources: fmincon. Available at: <https://uk.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html#busog7r-options>
- MathWorks, 2021b. How GlobalSearch and MultiStart Work (R2021b). Documentation: Differences Between the Solver Objects. Available at: <https://uk.mathworks.com/help/gads/how-globalsearch-and-multistart-work.html#bsc9eec>
- Nawrocki, D. and F. Viole, 2014. Behavioral finance in financial market theory, utility theory, portfolio theory and the necessary statistics: A review. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, Vol. 2, June 2014, pp. 10-17. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.jbef.2014.02.005>
- Pedersen, L., S. Fitzgibbons, L. Pomorski, 2021. Responsible investing: The ESG-efficient frontier. *Journal of Financial Economics*, Vol. 142, pp. 572-597.
- Porage, C., 2020. Sustainability in Portfolio Optimization. Independent Project I, ST433A, Örebro University School of Business. Available at: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1549036/FULLTEXT01.pdf>
- Viole, F. and D. Nawrocki, 2016. Predicting Risk/Return Performance Using Upper Partial Moment/Lower Partial Moment Metrics. *Journal of Mathematical Finance*, Vol. 6, No. 5, pp. 900-920. DOI: 10.4236/jmf.2016.65060

Von Neumann, J. and O. Morgenstern, 1947. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.

Wong, V., 2020. *Statistical Aspects of Sustainability in Optimal Portfolio Theory*. Master Thesis 2020:4, Mathematical Statistics, Stockholm University. Available at: https://kurser.math.su.se/pluginfile.php/20130/mod_folder/content/0/Master/2020/2020_4_report.pdf.

Private Pension Funds Portfolio Optimization with UPM/LPM Algorithm

Milena Beneva

Abstract: Global environmental problems and climate changes in recent decades have brought to the fore the questions related to the sustainable development of economies and the impact of these processes on the long-term returns of widely diversified portfolios. Consideration of all risk factors and potential opportunities is key to the investments of pension funds, which are called to act “in the best interest” of beneficiaries, providing secure and stable income. To unlock their potential to finance the economy’s low-carbon transition, pension funds must be convinced that the financial characteristics of green assets match the profile they are looking for and have a good understanding of their benefits and risks. The current paper aims to research the effect of including green assets in the portfolio of voluntary private pension funds in Bulgaria, applying the UPM/LPM model for portfolio optimization. The model is highly configurable to multiple constraints, operates without assumptions about the distribution of asset returns, and “captures” the various utility functions of investors.

Key words: voluntary private pension funds, green investments, portfolio optimization, UPM/LPM algorithm.

JEL: G23, Q56.

Приложение 1. Рисково-коригирано представяне на инвестиционните активи (θ (тема))

Индекси и фондове	параметри а-с-т*											
	2-0.5	4-0.5	2-1	3-1	4-1	3-2	4-2	4-3	2-2	2-3	2-4	3-4
MSCI World, EUR	0.5146	0.2522	0.8709	0.5590	0.4269	0.8493	0.6486	0.8262	1.3232	1.6856	2.0109	1.2907
MSCI EM, EUR	0.3293	0.1739	0.6650	0.4542	0.3512	0.7402	0.5723	0.7304	1.0837	1.3830	1.6264	1.1109
S&P 500, EUR	0.5745	0.2870	0.9867	0.6392	0.4929	0.9596	0.7400	0.9279	1.4814	1.8577	2.1979	1.4237
S&P BSE SENSEX 50, USD	0.3217	0.1400	0.6064	0.3678	0.2638	0.5967	0.4280	0.5585	0.9838	1.2837	1.5546	0.9429
Nikkei 225, JPY	0.4059	0.2455	0.7722	0.5590	0.4670	0.8878	0.7417	0.9424	1.2265	1.5583	1.8379	1.3304
MSCI Europe, EUR	0.4106	0.2143	0.7388	0.4985	0.3855	0.7807	0.6037	0.7915	1.1569	1.5169	1.8742	1.2646
SOFIX, BGN	0.2472	0.0984	0.6037	0.3447	0.2404	0.6533	0.4556	0.6277	1.1442	1.5765	1.9507	1.1138
MSCI World Low Carbon Leaders, EUR	0.5240	0.2554	0.8829	0.5650	0.4303	0.8538	0.6503	0.8271	1.3342	1.6968	2.0235	1.2949
S&P 500 Fossil Fuel Free Index, USD	0.5739	0.3031	0.9507	0.6369	0.5021	0.9446	0.7447	0.9347	1.4099	1.7697	2.0933	1.4025
S&P Asia 50 Fossil Fuel Free Index, USD	0.3689	0.2193	0.7526	0.5422	0.4474	0.8912	0.7352	0.9304	1.2368	1.5652	1.8109	1.3048
MSCI Europe Low Carbon Leaders, EUR	0.4174	0.2172	0.7548	0.5082	0.3928	0.7917	0.6120	0.7998	1.1759	1.5368	1.8984	1.2782
S&P Global Developed Sovereign Bond Index, USD	0.1939	0.1157	0.4767	0.3508	0.2845	0.6260	0.5076	0.6743	0.8505	1.1299	1.3677	1.0066
S&P Eurozone Sovereign Bond Index, EUR	0.3885	0.2423	0.7495	0.5599	0.4673	0.8673	0.7239	0.8884	1.1609	1.4248	1.6201	1.2103
S&P U.S. Treasury Bond Index, USD	0.2162	0.1330	0.5951	0.4472	0.3662	0.9023	0.7388	1.0314	1.2006	1.6762	2.0522	1.5423
S&P Municipal Bond IG Index, USD	0.3242	0.1640	0.6358	0.4168	0.3217	0.6842	0.5280	0.6831	1.0436	1.3500	1.6108	1.0561
S&P International Corporate Bond Index, USD	0.2507	0.1380	0.5910	0.4155	0.3253	0.7615	0.5962	0.8041	1.0832	1.4607	1.7761	1.2487
S&P 500 IG Corporate Bond Index, USD	0.3341	0.1590	0.6872	0.4412	0.3271	0.7594	0.5630	0.7463	1.1829	1.5680	1.8953	1.2166
S&P Eurozone IG Corporate Bond Index, EUR	0.2467	0.0901	0.5074	0.2705	0.1854	0.4575	0.3136	0.4277	0.8584	1.1705	1.4900	0.7941
S&P Green Bond U.S. Dollar Select Index, USD	0.1541	0.0641	0.4384	0.2549	0.1823	0.5661	0.4047	0.6365	0.9735	1.5311	2.0887	1.2146
TGF, EUR	0.1080	0.0387	0.3164	0.1662	0.1133	0.3649	0.2488	0.3746	0.6948	1.0460	1.3619	0.7154
Schroder ISF Global Climate Change, EUR	0.5071	0.2716	0.8974	0.6063	0.4807	0.9319	0.7388	0.9401	1.3793	1.7550	2.0913	1.4129
SMOG, USD	0.4432	0.2533	0.9008	0.6462	0.5149	1.1071	0.8821	1.1834	1.5433	2.0703	2.5390	1.8214
TAN, USD	0.3539	0.2176	0.8343	0.6293	0.5130	1.1102	0.9049	1.1707	1.4717	1.9039	2.2254	1.6787
PBW, USD	0.3243	0.1777	0.7672	0.5393	0.4203	1.0196	0.7948	1.1469	1.4505	2.0932	2.7415	1.9271
QCLN, USD	0.4456	0.2450	0.9364	0.6576	0.5148	1.1637	0.9110	1.2488	1.6569	2.2713	2.8174	1.9787
iShares Global Water UCITS ETF, EUR	0.5715	0.2874	0.9077	0.5937	0.4564	0.8470	0.6510	0.7935	1.2949	1.5782	1.8139	1.1865
FIW, USD	0.5016	0.2769	0.8941	0.6198	0.4935	0.9414	0.7497	0.9249	1.3582	1.6756	1.9221	1.3323
EVX, USD	0.3539	0.1460	0.7143	0.4147	0.2946	0.7117	0.5056	0.6769	1.2257	1.6411	2.0064	1.1650
LEONIA +	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005	0.0004	0.0041	0.0038	0.0080	0.0045	0.0096	0.0140	0.0126
EONIA	0.0027	0.0024	0.0292	0.0271	0.0259	0.1000	0.0957	0.1529	0.1078	0.1723	0.2199	0.2040
BGREIT, BGN	0.5828	0.2739	1.1890	0.7540	0.5587	1.3744	1.0184	1.3958	2.1673	2.9704	3.6391	2.3078
MSCI EMU IMI Core RE, EUR	0.3440	0.1520	0.6799	0.4189	0.3004	0.7049	0.5056	0.6730	1.1442	1.5230	1.8602	1.1461
iShares GI ETF, EUR	0.3708	0.1909	0.7212	0.4820	0.3713	0.7912	0.6095	0.7953	1.1839	1.5451	1.8599	1.2430
DJ Brookfield GI BM Corporate Bond Investment Grade Index, USD	0.2922	0.1222	0.6073	0.3606	0.2539	0.6158	0.4336	0.5783	1.0371	1.3832	1.6904	1.0038
iShares Listed Private Equity UCITS ETF, EUR	0.4309	0.1693	0.7457	0.4188	0.2929	0.6556	0.4586	0.5989	1.1672	1.5244	1.8611	1.0452

Бележки: *За целева възвращаемост (τ) се възприема индексът на потребителските цени.

Източник: Собствени изчисления.